

در کارهای میرزاخانی به هم پیوند می‌خورند.

وی سپس به معرفی مسئله بیلبارد در چندضلعی‌های محدب که زوایای آنها ضریب گویایی از زاویه قائمه است و تبیین دشواری این مسئله پرداخت، و آنگاه با بررسی مسئله در حالتی که چندضلعی مورد نظر یک مربع است، ارتباط این مسئله را با مسئله شمارش ژئودزیک‌ها روی رویه‌های دوبعدی فشرده مورد بررسی قرار داد. در حالتی که رویه مجهز به ساختار هذلولوی باشد، شمارش ژئودزیک‌های بسته و بررسی رفتار مجانبی آنها به بیش از ۷۰ سال پیش بر می‌گردد، و قضیه‌ای که این رفتار مجانبی نمایی را توضیح می‌دهد به قضیه اعداد اول برای ژئودزیک‌های بسته مشهور است. در میان ژئودزیک‌های بسته، آنهایی که ساده هستند در اقلیت قرار دارند و بررسی رشد مجانبی چنین ژئودزیک‌هایی، مسئله‌ای به مراتب دشوارتر است که در سایه دستاوردهای رساله دکتری مریم میرزاخانی حل و فصل گردیده است.

برای این مقصود، میرزاخانی رابطه‌ای بازگشتی برای حجم فضای پرمایش رویه‌های ریمان از گونای داده شده که تعدادی مؤلفه مرزی ژئودزیک با طول‌های داده شده دارند پیدا می‌کند و در نتیجه نشان می‌دهد که حجم فضای پرمایش یاد شده، یک چندجمله‌ای از طول مؤلفه‌های مرزی است که درجه آن به گونای تثبیت شده بستگی دارد. به علاوه، رابطه بازگشتی یاد شده تعمیمی از رابطه‌ای بازگشتی است که کانتسویچ برای محاسبه انتگرال‌های ویتن به اثبات رسانید. به این ترتیب، رساله دکتری مریم میرزاخانی اثباتی کاملاً متفاوت از حدس ویتن (قضیه کانتسویچ) ارائه می‌کند. محتوای قضایای یاد شده، بدون اشاره به اثبات‌های آنها، بخش قابل توجهی از سخنرانی را به خود اختصاص داد. در پایان، نگاهی مشابه به مسئله بیلبارد بر اساس مطالعه فضای پرمایش رویه‌های ریمان که مجهز به فرمی مربعی هستند معرفی گردید. در سخنرانی بعدی، دکتر نصیری توضیح داد که چگونه این نگاه با تعمیم نظریه راتنر گره می‌خورد و به حل مسئله بیلبارد برای چندضلعی‌های محدب که زوایای آنها ضریب گویایی از زاویه قائمه است می‌انجامد.

سخنران بعدی، دکتر میثم نصیری از پژوهشکده ریاضیات بود.

### چکیده سخنرانی میثم نصیری

این سخنرانی با طرح سه مسئله که صورتی ساده دارند، آغاز شد. مسئله اول: تصویر یک خط راست از صفحه در چنبره تخت را در نظر بگیرید. بستار آن چه زیرمجموعه‌ای از چنبره است؟ مسئله دوم: آیا هر عددی را می‌توان با اعدادی به صورت  $ax^2 + bxy + cz^2$  تقریب زد، که در آن  $x$ ،  $y$  و  $z$  اعداد صحیح اند ( $a$ )،  $b$  و  $c$  ثابت هستند؟

مسئله سوم: یک میز بیلبارد به شکل یک چندضلعی با زوایایی که هر یک مضرب گویایی از عدد  $\pi$  هستند در نظر بگیرید. تعداد مسیرهای بسته متفاوت و با طول کمتر از  $t$  را با  $n(t)$  نمایش می‌دهیم. آیا حد  $n(t)/t^2$  وقتی  $t$  به بی‌نهایت میل می‌کند، وجود دارد؟

این سه مسئله اگرچه در ظاهر ربطی به هم ندارند، اما ارتباط عمیق و زیبایی بین آنها هست که موضوع اصلی این سخنرانی بود. در واقع، هدف

## همایشی درباره

### دستاوردهای ریاضی مریم میرزاخانی

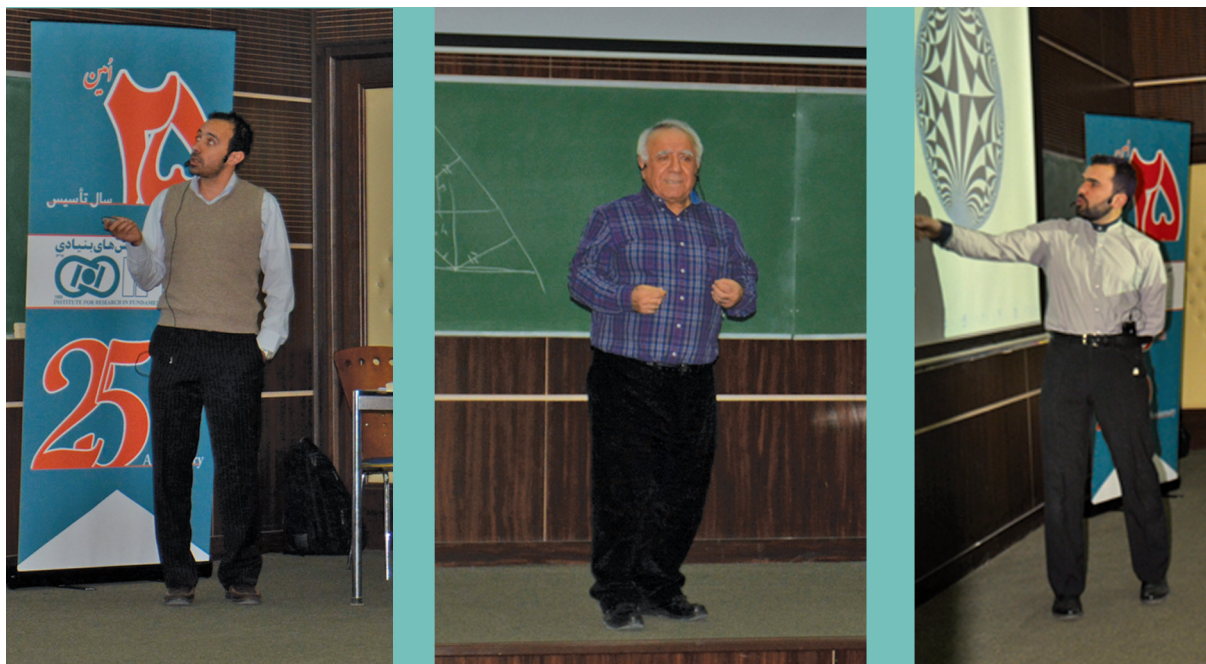
همایش «دستاوردهای مریم میرزاخانی» روز چهارشنبه ۵ آذر در ساختمان فرمانیه پژوهشگاه تشکیل یافت. هدف از برگزاری این گردهمایی علمی آشنا کردن جامعه ریاضی و علمی کشور با تحقیقاتی بود که مشهورترین نشان افتخار در ریاضیات — مدال فیلدز — را نصیب میرزاخانی کرده است. وی اولین ایرانی و اولین زنی است که به این افتخار دست یافته، و پژوهشگاه علاوه بر این همایش، در شماره تابستان نشریه اخبار نیز ویژه‌نامه‌ای برای شناساندن دستاوردهای او انتشار داده است.

این همایش به همت پژوهشکده ریاضیات پژوهشگاه دانش‌های بنیادی و با همیاری فرهنگستان علوم جمهوری اسلامی ایران برگزار شد و جمعی از پژوهشگران پژوهشگاه و استادان و دانشجویان ریاضی دانشگاه‌های تهران و عده‌ای از دانش‌آموزان، به‌ویژه از دبیرستان فرزنانگان (محل تحصیل میرزاخانی در دوره متوسطه) در آن شرکت داشتند. از طرف فرهنگستان علوم، دکتر مهدی بهزاد و دکتر مگرديچ تومانیان در همایش حضور یافتند.

همایش را دکتر غلامرضا خسروشاهی، از پیشکسوتان پژوهشگاه، افتتاح کرد. وی گفت این اولین بار است که چنین همایشی در نکوداشت یک دانشمند برجسته در پژوهشگاه دانش‌های بنیادی برگزار می‌شود، و طیف گسترده شرکت‌کنندگان در این جلسه نشانه‌ای از علاقه جامعه به ریاضیات و ریاضیدانان بزرگ و به برنامه‌های آی‌پی‌ام است. سخنران سپس شرح کوتاهی از زندگی و سوابق تحصیلی و کاری و موفقیت‌های مریم میرزاخانی بیان کرد؛ از جمله، به کسب دو مدال طلای المپیاد بین‌المللی ریاضی، رساله دکتری درخشان میرزاخانی در دانشگاه هاروارد که منشأ سه مقاله بسیار مهم اوست، و دو مقاله اساسی او که هنوز رسماً چاپ نشده‌اند ولی به احتمال قوی نقش مهمی در اعطای مدال فیلدز به او داشته‌اند، اشاره کرد و نیز به جوایز و افتخارات متعددی که این ریاضیدان شایسته از مؤسسات ریاضی بین‌المللی و دانشگاه‌های معتبر کسب کرده و دعوت از او به عنوان سخنران مدعو در کنگره بین‌المللی ریاضیدانان و بالاخره دریافت مدال فیلدز، مهمترین آنهاست. دکتر خسروشاهی سپس با تأکید بر اهمیت جایزه فیلدز، از بعضی ریاضیدانان بسیار معتبر که برنده این جایزه شده‌اند یاد کرد و در پایان، از دکتر ایمان افتخاری عضو هیئت علمی پژوهشکده ریاضیات دعوت کرد که اولین سخنرانی همایش را ایراد کند.

### چکیده سخنرانی ایمان افتخاری

سخنران در جمع‌بندی کلی دستاورد میرزاخانی گفت: کارهای ریاضی دکتر مریم میرزاخانی با معرفی ایده‌هایی کاملاً جدید و پیوند دادن شاخه‌های مختلفی از ریاضیات، پیشرفت‌های بسیار مهمی را در مطالعه رویه‌های ریمان و خانواده آنها رقم زده است. شاخه‌هایی نظیر هندسه هذلولوی، آنالیز مختلط، توپولوژی، سیستم‌های دینامیکی، و هندسه جبری شمارشی



میشم نصیری

امیدعلی کرمزاده

ایمان افتخاری

### چکیده سخنرانی امیدعلی کرمزاده

دکتر کرمزاده که سال‌ها از مسئولان و برنامه‌ریزان اصلی المپیاد ریاضی در کشور بوده است در ابتدای سخنرانی خود گفته‌ای از مریم میرزاخانی را نقل کرد به این مضمون که توجه او به ریاضیات از شرکت در برنامه‌های المپیاد ریاضی شروع شده و اگر المپیاد نبود، ممکن بود نویسنده یا مهندس شود. سخنران با تشریح نحوه شکل‌گیری کمیته ملی المپیاد گفت: هدف من ترویج عشق به ریاضیات در میان نوجوانان بود، عشقی که می‌تواند از آنها محققان واقعی و پیش‌برنده ریاضی بسازد. خوش‌شانسی مریم در این بود که چند سالی قبل از ورود او به دبیرستان، برنامه المپیاد ریاضی در کشور شکل گرفته و به طور جدی پیگیری می‌شد. در دوره‌های آموزشی المپیاد، ما مسئله حل کردن را به دانش‌آموزان یاد نمی‌دادیم بلکه سعی می‌کردیم تفکر ناب ریاضی را به آنها انتقال دهیم. به قول معروف، به آنها ماهی نمی‌دادیم بلکه ماهیگیری یاد می‌دادیم. وی سپس برای نشان دادن «پشت پرده» آموزش المپیاد به تشریح چند نمونه از نکات و مسائلی پرداخت که با نگرش عمیق به مفاهیم پایه‌ای می‌توان رهیافت‌ها و راه‌حل‌های زیبایی برای آنها یافت و اظهار تأسف کرد که بسیاری از ریاضیدانان حرفه‌ای چنین توجه و نگرشی ندارند. سخنران آنگاه گفت: من امیدوار بودم بچه‌های المپیادی بعد از تحصیل در خارج از کشور به اینجا برگردند و ریاضیات ما را به پیش ببرند، ولی متأسفانه فقط معدودی از آنها برگشته‌اند. به هر حال باید از مریم میرزاخانی سپاسگزار بود که ملیت ایرانی خود را حفظ کرده و باعث شده که کشور ایران صاحب یک مدال فیلدز شود. دکتر کرمزاده با انتقاد از رواج باریک‌نگری و «پی‌پرنوسی» در موضوعات تخصصی جزئی به منظور ارتقا در دانشگاه، از اهل ریاضی خواست که ریاضیات را به خاطر عشق به ریاضیات — نه پژوهانه و ارتقا — دنبال کنند.

از طرح آنها فراهم ساختن زمینه‌ای بود برای طرح دستاوردهای اخیر مریم میرزاخانی با همکاری الکس اسکین و امیر محمدی.

مسئله اول اگرچه بسیار ساده است اما تعمیم بسیار مشکل و مهمی دارد که نظریه راتر نامیده می‌شود. قضایای راتر نشان می‌دهند که بستار مدارهای عمل گروه  $SL(2, R)$  در فضاهای همگن مثل  $SL(3, R)/SL(3, Z)$  با زیرفضاهای جبری رده‌بندی می‌شوند. همچنین هر اندازه‌ناوردا تحت عمل این گروه نیز به صورت اندازه‌هار (Haar) روی زیرفضاهای جبری آن فضای همگن است.

در ادامه سخنرانی، دیده شد که به راحتی می‌توان با استفاده از نظریه راتر به مسئله بسیار مشکل دوم پاسخ گفت. پاسخ شکل کلی مسئله دوم حدسی از اینپنهام بوده است که پس از حدود ۶۰ سال توسط توسط مارگولیس (و البته قبل از اثبات قضایای راتر) ثابت شده است.

این صلبیت در دینامیک‌های جبری روی فضاهای همگن، چیزی نیست که در عمده سیستم‌های دینامیکی غیر همگن (از جمله در دینامیک‌های دارای آشوب) مشاهده شود. اما دستاورد بزرگ و عمیق میرزاخانی و همکارانش یک حدس و آرزوی دیرین را تحقق بخشیده است: مشابه قضایای راتر برای عمل گروه  $SL(2, R)$  روی فضای پرمایش رویه‌ها با فرم‌های مربعی، که فضایی کاملاً ناهمگن است، برقرار است. می‌توان با استفاده از این نظریه، پاسخی به مسئله سوم داد. انتظار می‌رود همان گونه که در بیست سال اخیر مسائل متنوع و مشکلی از طریق نظریه راتر حل و فصل شده‌اند، نظریه میرزاخانی و همکاران نیز آثار بدیع و وسیعی در ریاضیات برجای گذارد.

برای ملاحظه شرح دقیق‌تر و روشن‌تری از این بحث می‌توان به مقاله ایمان افتخاری در ویژه‌نامه اخبار پژوهشگاه (شماره تابستان ۱۳۹۳) مراجعه کرد.

سپس دکتر امید علی کرمزاده استاد ریاضیات دانشگاه شهید چمران اهواز به ایراد سخنرانی پرداخت.