

جایزه ریاضیدانان جوان ۱۳۸۵

۳. بازدید از مؤسسه‌های تحقیقاتی بنیادی تاتا (TIFR)، ICTP، و IHES.

اولین مقاله دکتر اسداللهی مقاله‌ای مشترک با کاظم خشیارمنش و شکرالله سالاریان بود که در سال ۲۰۰۱ چاپ شد. در این مقاله آنها تعمیمی از لم فالتینگس در مورد مدول‌های کوهمولوژی موضعی را اثبات کردند. ولی شاید بتوان گفت که اولین نتیجه مهم اسداللهی (مشترک با خشیارمنش و سالاریان) در سال ۲۰۰۲ چاپ شد که در آن نشان دادند: اگر I ایده‌آلی از یک حلقه جابه‌جایی و نوتری R ، و M یک R -مدول مولد صحیح ناصفر باشد، به طوری که به ازای هر i ، $0 \leq i \leq n$ ، $H_i^1(M)$ متناهی مولد باشد، آنگاه $\text{Hom}_R(R/I, H_1^n(M))$ مدولی متناهی مولد است که در آن $H_i^1(M)$ i امین مدول کوهمولوژی موضعی M نسبت به I است. این نتیجه تعمیمی جالب از نتیجه پیش از آن است که مورد استفاده برخی از محققان دیگر پژوهشگاه قرار گرفته است. اسداللهی پس از آن کار در زمینه بعدهای همولوژیک را آغاز کرد که مفاهیم اولیه آن را از سخنرانان کارگاه «روش‌های همولوژیک در جبر جابه‌جایی» که در سال ۲۰۰۲ در پژوهشگاه برگزار گردید فرا گرفته است. بدین ترتیب وی موفق شد که (مشترکاً با سالاریان) بعد تعمیم‌یافته کوهن-مکالی را معرفی کند. آنها به ازای یک مدول متناهی مولد روی یک حلقه موضعی جابه‌جایی و نوتری بعدی را تعریف کردند که بعد تعمیم‌یافته کوهن-مکالی نامیده شد. این بعد حلقه‌های کوهن-مکالی تعمیم‌یافته را همان‌گونه که بعد پروژکتیو حلقه‌های منظم را مشخص می‌کند، توصیف می‌نماید. از نظر مفهومی، این تعریف بین دو تعریف زیر جای دارد:

(۱) بعد تحدیدشده یکدست، مفهومی که توسط فاکسبی (H.-B. Foxby)، کریستن سن (L. H. Christensen)، و فرانکیلد (A. Frankild) در

J. Algebra **251** (2002), 479-502

ارائه شد و

(۲) بعد کوهن-مکالی که توسط گرکو (A. Gerko) در

Mat. sb. **192** (2001), 79-94

ارائه گردید.

مطالعه کوهمولوژی تیت (Tate) و کوهمولوژی نسبی، موضوع تحقیق بعدی اسداللهی است. آنها (اسداللهی و سالاریان) با الهام از مقاله

جایزه ریاضیدانان جوان سال ۱۳۸۵ طی مراسمی در روز ۲۳ اردیبهشت سال جاری به آقایان جواد اسداللهی، سعید اکبری، و علیرضا عبداللهی، اهدا شد. این پنجمین دوره جایزه ریاضیدانان جوان است و قرار است جایزه از این پس هر دو سال یک‌بار (به جای هر سال) به بهترین محققان ریاضی که کمتر از چهل سال داشته باشند اعطا شود. مبلغ جایزه (ده میلیون ریال برای هر نفر) از طرف «مؤسسه ریاضیات و پژوهش» تأمین می‌شود. کمیته داور این دوره متشکل از دکتر محمد رضا پورنکی (دانشگاه صنعتی شریف)، دکتر محمد تقی دیبائی (دانشگاه تربیت معلم)، دکتر رحیم زارع نهندی (مسئول کمیته، دانشگاه تهران)، و دکتر حمیدرضا میمنی (دانشگاه تربیت معلم شهید رجایی) بود. ملاک داوران در انتخاب برندگان جایزه، اصالت کارهای پژوهشی و عمق نتایج به دست آمده در یک موضوع (یا در چند موضوع مرتبط) بوده و تولید انبوه مقاله مدنظر نبوده است. برای آشنایی خوانندگان اخبار با برندگان جایزه این دوره، شرح مختصری از زندگی‌نامه علمی آنها در اینجا می‌آید.

جواد اسداللهی



جواد اسداللهی دهقی، متولد ۱۳۵۲، مدرک کارشناسی و کارشناسی ارشد ریاضی خود را از دانشگاه صنعتی اصفهان، و درجه دکتری را از دانشگاه تربیت مدرس تحت راهنمایی دکتر حسین ذاکری در جبر جابه‌جایی دریافت کرده است. دکتر اسداللهی عضو هیأت علمی دانشگاه شهرکرد است. وی از سال ۱۳۷۹ تاکنون در قالب‌های همکاری طرح، مجری تک‌پروژه مقیم و مجری تک‌پروژه غیرمقیم با پژوهشگاه دانشهای بنیادی همکاری داشته است.

تجربیات تحقیقاتی اسداللهی به قرار زیر است:

۱. عضو وابسته ICTP (۲۰۰۳-۲۰۰۹):

۲. محقق در دانشگاه مارتین لوتر برای ۶ ماه (۲۰۰۱):

وی در سال‌های اخیر توجه خود را به ارتباط بین دو شاخه ترکیبیات و جبر معطوف کرده و در بخش‌های اول و دوم از تحقیقاتش که در ذیل می‌آید، با متناظر کردن یک گراف به حلقه‌های خاصی، این حلقه‌ها را مورد بررسی قرار داده است. در این پژوهش‌ها ۳ نوع مسئله مطرح است:

(الف) گراف متناظر با حلقه‌ها دارای کدام خواص گراف‌هاست؟

(ب) کدام حلقه‌ها بعضی از خواص گراف‌ها را بروز می‌دهند؟

(ج) اگر گراف دو حلقه، یکریخت باشند، آیا حلقه‌ها یکریخت هستند؟

اکبری و همکارانش به هر ۳ سؤال فوق برای خانواده‌ای از گراف‌ها پاسخ گفته‌اند.

در بخش سوم از کارهای دکتر اکبری، ابزار مورد نیاز جبری، جبر خطی است که با استفاده از این ابزار و مقادیر ویژه ماتریس مجاورت گراف‌ها، بعضی خصوصیات گراف‌ها را بررسی کرده‌اند. بخش چهارم فعالیت ایشان صرفاً ترکیبیاتی بوده و مسائلی را در رنگ‌آمیزی گراف‌ها مورد بررسی قرار داده‌اند. تحقیقات ۳ سال اخیر وی را می‌توان به ۴ دسته زیر تقسیم کرد:

(الف) گراف مقسوم‌علیه صفر حلقه‌ها

گراف مقسوم‌علیه صفر حلقه‌های متناهی، حلقه‌های گروهی و حلقه‌های نیمه‌ساده مورد مطالعه قرار گرفته‌اند و در این زمینه می‌توان به قضیه مهم زیر اشاره کرد که قضیه‌ای شبیه قضیه آرتین-ودربرن است.

قضیه اکبری-محمدیان

• اگر R و S دو حلقه متناهی و $m, n \geq 2$ دو عدد طبیعی باشند به طوری که $\Gamma(M_n(R)) \simeq \Gamma(M_n(S))$ ، آنگاه $n = m$.

$$|R| = |S| \text{ و } \Gamma(R) \simeq \Gamma(S)$$

• اگر R یک حلقه و S یک حلقه نیمه‌ساده متناهی باشد به طوری که میدان نباشد و $\Gamma(R) \simeq \Gamma(S)$ ، آنگاه $R \simeq S$.

• اگر K و K_1 دو میدان متناهی، G و G_1 دو گروه متناهی باشند و $\bar{\Gamma}(KG) \simeq \bar{\Gamma}(K_1G_1)$ ، آنگاه $K \simeq K_1$ و $|G| = |G_1|$.

(ب) گراف‌های جابه‌جاشونده حلقه‌ها

اگر F یک میدان باشد و $n \geq 3$ ، شرط لازم و کافی برای اینکه $\Gamma(M_n(F))$ همبند باشد ارائه شده است. همچنین ثابت شده است به ازای هر میدان F ، $\Gamma(M_2(F))$ ناهمبند است. به عبارت دقیق‌تر ثابت شده است که گراف $\Gamma(M_n(F))$ همبند است اگر و تنها اگر هر توسیع از درجه n حداقل دارای یک زیرمیدان میانی سره باشد. همچنین ثابت شده است که هرگاه $\Gamma(M_n(F))$ همبند باشد، آنگاه قطر آن حداکثر ۶ است. پارامترهای گرافی گراف $\Gamma(M_n(F))$ نظیر عدد خوشه‌ای، عدد استقلال، ماکسیمم و مینیمم درجه مورد مطالعه قرار گرفته است. در مورد زیرگراف‌های القایی $\Gamma(M_n(D))$ ($n \geq 3$) که در آن D یک حلقه تقسیم است، ثابت شده

L. L. Avramov and A. Martsinkovsky, Proc. London Math. Soc. (3) 85 (2002), 393-440.

تعریف‌ها و خواص کوهمولوژی تیت و نسبی را برای مدول‌های با بُعد گرنشتاین انژکتیو متناهی بیان کردند.

در این تحقیق آنها، ابتدا برای هر مدول N با بُعد G -انژکتیو متناهی، یک دوگان تحلیل $N \rightarrow I \rightarrow T$ (coresolution) ساخته و سپس به ازای هر $n \in \mathbb{Z}$ گروه کوهمولوژی تیت را با رابطه $\text{ext}_R^n(M, N) = H^n \text{Hom}_R(M, T)$ تعریف می‌شود. آنها نشان می‌دهند که رشته دقیق زیر وجود دارد:

$$\begin{aligned} \circ \rightarrow \text{ext}_{G_I}^1 \rightarrow \text{Ext}_R^1 \rightarrow \dots \rightarrow \\ \text{ext}_{G_I}^n \rightarrow \text{Ext}_R^n \rightarrow \text{ext}_R^n \rightarrow \text{ext}_{G_I}^{n+1} \rightarrow \dots \end{aligned}$$

که در آن $\text{ext}_{G_I}^n(-, N)$ تابعگون کوهمولوژی نسبی است. برای مشاهده نتایج آنها در مورد رشته‌های مثلثی، به مقالات آنها در J.Algebra شماره‌های ۲۸۱ و ۲۹۹ مراجعه کنید.

اسداللهی (و سالاریان) تحقیقات خود را با کار در زمینه رشته مثلثی ادامه داده و تعریف‌ها و نتایج مربوط به کوهمولوژی تیت، کوهمولوژی کامل و مدول‌های گرنشتاین در رشته‌های مثلثی را بررسی کردند.

سعید اکبری



سعید اکبری، متولد ۱۳۴۶، مدارک کارشناسی ریاضی و کارشناسی ارشد خود را از دانشگاه صنعتی شریف و درجه دکتری را از همان دانشگاه تحت راهنمایی دکتر محمد مهدوی هزاوه‌ای درگرایش جبر ناهمبند جایی دریافت کرده است. دکتر اکبری عضو هیأت علمی دانشگاه صنعتی شریف است. وی از سال ۱۳۷۵ در قالب مجری تک‌پروژه غیرمقیم و محقق مقیم با پژوهشکده ریاضیات پژوهشگاه دانشهای بنیادی همکاری تحقیقاتی داشته است.

عمده فعالیت‌های وی در سال‌های اولیه فارغ‌التحصیلی، بررسی حلقه‌های تقسیم و زیرگروه‌های $GL_n(D)$ (که حلقه تقسیم است) بوده است. در همین مدت وی فعالیت‌هایی در زمینه ترکیبیات نیز داشت. اکبری از سال ۲۰۰۱ تا ۲۰۰۷ عضو وابسته مرکز بین‌المللی تحقیقات فیزیک نظری (ICTP)، ایتالیا و از سال ۱۹۹۵ تا ۱۹۹۷، عضو کمیته ملی المپیاد ریاضی ایران بوده است.

دکتری خود را تحت راهنمایی دکتر علی‌اکبر محمدی حسن‌آبادی در نظریه گروه‌ها به رشتهٔ تحریر در آورده است. عبداللهی پس از گرفتن مدرک دکتری به فرانسه عزیمت کرده و در دانشگاه پروانس شهر ماریس دکتری دیگری در زمینهٔ نظریهٔ گروه‌ها به سرپرستی ژرارد اندی میونی (Gerard Endimioni) گرفته است. وی هم‌اکنون عضو هیأت علمی دانشگاه اصفهان است و سال‌هاست که در قالب مجری تک‌پروژه غیرمقیم با پژوهشکدهٔ ریاضیات پژوهشگاه دانشهای بنیادی همکاری تحقیقاتی داشته است و هم‌اکنون نیز عضو شورای علمی پژوهشکدهٔ ریاضیات می‌باشد.

عبداللهی در زمینه‌های متعددی از نظریهٔ گروه‌ها تحقیق کرده است. وی تحقیقاتی هم در نظریهٔ حلقه‌ها داشته و در سال‌های اخیر توجه خود را به ارتباط بین جبر و ترکیبیات نیز معطوف کرده است. او با همکاری اکبری و میمنی گراف ناجابه‌جایی یک گروه را معرفی کرده است. برای گروه غیرآبلی G با مرکز $Z(G)$ ، گراف ناجابه‌جایی وابسته به G ، Γ_G گرافی است که رئوس آن اعضای $G \setminus Z(G)$ هستند و دو رأس x و y به هم متصل‌اند اگر و فقط اگر $xy \neq yx$. وی و همکارانش گزاره‌های بسیاری برای این گراف ثابت کرده‌اند. اما می‌توان گفت که عمدهٔ فعالیت‌های عبداللهی به مطالعهٔ گروه‌های حل‌پذیر و پوچ‌توان اختصاص دارد. دو دسته از تحقیقات سه سال اخیر وی را می‌توان به صورت زیر رده‌بندی کرد:

الف) گروه‌های صادق در شرایط اینگل (Engel)

عبداللهی قضایای متعددی در زمینهٔ «شرایط اینگل» و نیز «اعضای اینگل» در گروه‌ها دارد. گروه G را صادق در شرایط $\varepsilon(n)$ می‌نامند هرگاه هر زیرمجموعهٔ $n+1$ عضوی از G شامل دو عضو x و y باشد که در «شرط اینگل» $[x, y, \dots, y] = 1$ صدق کند. عبداللهی ثابت کرده است که هر گروه حل‌پذیر متناهی مولد صادق در $\varepsilon(n)$ دارای یک ابرمرکز است که شاخص آن کرانی دارد که تابعی از n است. عبداللهی این کران را به طور صریح مشخص کرده است. وی همچنین ثابت کرده است که گروه متناهی سادهٔ صادق در $\varepsilon(15)$ وجود ندارد و A_5 تنها گروه سادهٔ متناهی صادق در $\varepsilon(15)$ است.

ب) گروه‌های m -بازنویسی‌پذیر

عبداللهی در این زمینه نیز چند مقاله به رشتهٔ تحریر در آورده است. برای عدد طبیعی $n \geq 2$ ، گروه G را m -بازنویسی‌پذیر می‌نامند هرگاه برای هر $x_1, \dots, x_n \in G$ ، اعضای $\sigma, J \in S_n$ ، $\sigma \neq J$ موجود باشند که $x_{\sigma(1)} \dots x_{\sigma(n)} = x_{J(1)} \dots x_{J(n)}$. عبداللهی با همکاری محمد حسن‌آبادی تمام گروه‌های m -بازنویسی‌پذیر «آبلی به‌وسیلهٔ دوری» را رده‌بندی کرده است.

است که زیرگراف القایی روی ماتریس‌های بالامتثالی، روی ماتریس‌های پوچ‌توان، و روی ماتریس‌های خودتوان و ماتریس‌های وارون‌پذیر همبند است.

ج) خواص ماتریس مجاورت گراف‌ها

دریک کار مشترک اکبری با ریاضیدان کانادایی هرمان (Herman)، شرط لازم و کافی برای اینکه گراف کامل به تطابق‌های جابه‌جاشونده افزاز شود، داده شده است. در واقع ثابت شده است که K_n به تطابق‌های جابه‌جاشونده افزاز می‌شود اگر و فقط اگر n توانی از ۲ باشد. همچنین حدسی حاکی از اینکه فضای پوچ ماتریس مجاورت هر جنگل دارای پایه‌ای با درایه‌های $\{1, 0, -1\}$ است به طور کامل به اثبات رسیده است؛ و نیز فضای پوچ ماتریس وقوع گراف‌ها و اینکه به ازای چه گراف‌هایی این فضای پوچ دارای پایه‌ای با درایه‌های $\{1, 0, -1\}$ است بررسی شده است. اکبری با همکاری کرکلند (Kirkland) گراف‌هایی را که دترمینال ماتریس اتصال آنها ۱ یا -1 است مورد بررسی قرار داده و ثابت کرده‌اند که اگر ماتریس مجاورت یک جنگل وارون‌پذیر باشد، آنگاه دترمینال آن $1 + 1 - 1$ است و وارون این ماتریس دارای درایه‌های $\{1, 0, -1\}$ است.

د) زیردرخت‌های فراگیر رنگین‌کمان در گراف‌های کامل

برالدی (Brualdi) و هالینگسورث (Hallingsworth) ثابت کرده‌اند که در هر رنگ‌آمیزی یالی K_{2n} ، دو زیردرخت فراگیر رنگین‌کمان یال مجزا وجود دارد. این قضیه به صورت زیر تعمیم داده شده است:

فرض کنید (a_1, \dots, a_k) یک توزیع رنگی برای گراف‌های کامل K_n ، $n \geq 5$ باشد به طوری که $2 \leq a_1 \leq \dots \leq a_k \leq \frac{n+1}{2}$ ، آنگاه دو زیردرخت فراگیر رنگین‌کمان یال مجزا وجود دارد. کنستانتین (Constantine) حدس زده بود که یال‌های K_{2m} را می‌توان با $2m-1$ رنگ، رنگ‌آمیزی یالی سره نمود به طوری که همهٔ یال‌ها به زیردرخت‌های فراگیر رنگین‌کمان افزاز شوند. درستی این حدس توسط اکبری و علیپور ثابت شده است.

تعداد مقاله‌های چاپ‌شده و پذیرفته‌شدهٔ سعید اکبری در مجلات بین‌المللی ریاضی بیش از ۵۰ عنوان است.

علیرضا عبداللهی



علیرضا عبداللهی، متولد ۱۳۵۳، مدارک کارشناسی و کارشناسی ارشد ریاضی و دکتری خود را از دانشگاه اصفهان دریافت کرده است. وی رسالهٔ