

# کارگاه هندسه ناجابه‌جایی

## «برنامه تهران» چیست؟

آلن کن در یکی از سخنرانی‌هایش در کارگاه هندسه ناجابه‌جایی آی.پی.ام. که شهریورماه سال جاری در تهران برگزار شد، پرده از برنامه جدیدی برداشت که بعداً «برنامه تهران» نام گرفت. این برنامه (که با همکاری کاتیا کنسانی و ماتیلده مارکولی طراحی شده) در یک کلام، راه تازه‌ای به سوی اثبات فرضیه ریمان و تعمیم‌هایش، از طریق هندسه ناجابه‌جایی، می‌گشاید و مبتنی بر کار اولیه کن در این زمینه است که در مقاله‌ای با عنوان «فرمول اثر در هندسه ناجابه‌جایی و صفرهای تابع زتای ریمان» [۶] در سال ۱۹۹۹ انتشار یافته است. البته، برای رسیدن به آن قله رفیع نظریه اعداد باید قلمروهای تازه‌ای را به‌تصرف درآورد و از کوه‌های پرشیبی صعود کرد که این خود محرک نیرومندی برای توسعه و پیشبرد هندسه ناجابه‌جایی در مسیری است که این برنامه ترسیم کرده است. به‌یاد بیاورید که تابع زتای

$$\text{ریمان، به‌ازای } 1 < \text{Re}(s), \text{ به‌صورت سری}$$

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

تعریف می‌شود که توسعه‌ی تحلیلی به  $\mathbb{C} - \{0\}$  با قطب ساده‌ای در  $s = 1$  دارد. رابطه بسیار عمیقی بین صفرهای زتا و توزیع اعداد اول وجود دارد. اوایل دریافت که از فرمولی که بعداً به فرمول حاصلضربی اوایلر برای تابع زتا معروف شد:

$$\zeta(s) = \prod_p (1 - p^{-s})^{-1},$$

بلافاصله نتیجه می‌شود که تعداد نامتناهی عدد اول وجود دارد. ولی اطلاعات بسیار بیشتری در این مورد به‌دست آمده است. فرض کنید  $\pi(x)$  نشان دهنده تعداد عددهای اولی باشد که از  $x$  بزرگتر نیستند. گاوس بر اساس شواهد عددی پی برده بود که تقریب بسیار خوبی از  $\pi(x)$  تابع انتگرالی لگاریتمی  $\int_x^x (\log t)^{-1} dt$  است. قضیه اعداد اول که آدامز و دولواله پوسن آن را در سال ۱۸۹۶، مستقل از یکدیگر، ثابت کردند، حاکی است که  $\pi(x)$  و  $Li(x)$  به‌طور مجانبی باهم برابرند. در نتیجه آنها نشان دادند که به‌ازای عدد مثبتی چون  $a$ ،  $Li(x) = O(xe^{-a\sqrt{\log x}})$ . ولی برای به‌دست آوردن اطلاعات دقیقتر درباره  $\pi(x)$ ، برآوردهای بهتری از جمله خطای  $\pi(x) - Li(x)$  لازم است. ریمان در رساله دورانسازش با عنوان «در باره تعداد اعداد اول کوچکتر از یک مقدار مفروض» فرمولی آورد که امروز به فرمول صریح ریمان معروف است و رابطه‌ای بین صفرهای زتا و این جمله خطا به‌دست می‌دهد:

$$\pi'(x) = Li(x) - \sum_p Li(x^p) + \int_x^{\infty} \frac{du}{u(u^2 - 1)\log u} - \log 2,$$

مجموعیابی در فرمول بالا، که فقط به‌طور مشروط همگراست، روی مجموعه صفرهایی از زتاها که قسمت حقیقی مثبت دارند انجام می‌شود و  $\pi'(x)$  تبدیل موبیوس  $\pi(x)$  است که به‌صورت ادامه در صفحه ۲۵

کارگاه «هندسه ناجابه‌جایی» در روزهای ۲۰-۳۱ شهریور ۱۳۸۴ به‌اهتمام پژوهشکده ریاضیات و با همکاری پژوهشکده فیزیک در محل پژوهشگاه دانش‌های بنیادی برگزار شد. از جمله سخنرانان این کارگاه، آلن کن ریاضیدان فرانسوی بود که بنیانگذار و پیشبرنده اصلی هندسه ناجابه‌جایی به‌شمار می‌رود. در این کارگاه حدود هشتاد تن از استادان و دانشجویان دوره تحصیلات تکمیلی از دانشگاه‌های داخل و ۱۵ نفر از استادان و دانشجویان خارجی شرکت داشتند. گروه برگزارکننده کارگاه عبارت بودند از مسعود خلخالی (از دانشگاه انتاریوی غربی در کانادا که بیشترین نقش و اهتمام را در این امر داشت)، محمد مهدی شیخ جباری (از پژوهشکده فیزیک)، مهرداد شهشهانی (از پژوهشکده ریاضیات)، و ماتیلده مارکولی (از انستیتوی ماکس پلانک در برلین). شرح مفصل تدارک و برگزاری کارگاه را از زبان مسعود خلخالی و ماتیلده مارکولی می‌خوانید.

## شریحی از ماجرا

### مسعود خلخالی

در این نوشته می‌کوشم به‌یادآوری بعضی از چهره‌ها و رویدادهایی بپردازم که در تحقیق این همایش نقش اساسی داشتند. من جزو برگزارکنندگان کنفرانس‌های متعددی بوده‌ام و هر یک از آنها به‌نوعی سرگذشت جالبی داشته است ولی تردید ندارم که هیچ یک از آنها تاریخچه‌ای غنی‌تر و جالب‌تر از این یکی نداشته است. فقط می‌توان گفت که سلسله‌ای از وقایع، بخت مساعد، و تلاش مجدانه تنی چند، دست به‌دست هم دادند تا برگزاری این همایش بسیار موفق جامعه عمل بباشد.

نیویورک: فکر برگزاری همایشی درباره هندسه ناجابه‌جایی در ایران در ژوئن ۱۹۹۱ در نیویورک هنگام شرکت در بیستمین همایش روش‌های هندسه دیفرانسیل در فیزیک به‌ذهن رسید. بخشی از آن همایش اختصاص به هندسه ناجابه‌جایی داشت که من در آن سخنرانی کردم. آن کنفرانس از لحاظ دیگری هم برای من اهمیت داشت و آن این بود که برای اولین بار در یک سخنرانی جذاب آلن کن شرکت کردم و بعداً گفتگوی مختصری با او درباره کوه‌مولوژی دوری تام داشتم. این مبحث را او در ۱۹۸۸ بنیان نهاده بود و من روی آن کار می‌کردم. کارت پستی برای یک دوست فرستادم و رویام را برایش بازگفتم.

سال‌های اقامت در هایدلبرگ: به روشنی به‌یاد دارم که در دوران اقامت در هایدلبرگ (۱۹۹۱-۱۹۹۴) گاه و بیگاه و هنگام صرف نهار با یواخیم کونتس و دیل هوسمولر فکر برگزاری چنین همایشی در ایران را سبک سنگین می‌کردیم. دلیل به‌خصوص خیلی علاقه‌مند به این موضوع بود و به من فشار می‌آورد که جنبه‌های عملی کار را بررسی کنم ولی من موقعیت مناسبی برای آن نمی‌یافتم.

$$\pi'(x) = \pi(x) + \frac{1}{x} \pi(x^{\frac{1}{2}}) + \frac{1}{x^{\frac{3}{4}}} \pi(x^{\frac{3}{4}}) + \dots$$

تعریف می‌شود. حال از فرمول صریح اویلر نتیجه می‌شود که زتا هیچ صفری در سمت راست خط  $s = 1$  ندارد و رابطه‌ای تابعی که ریمان آن را اثبات کرد و در اینجا آن را بازگو نمی‌کنیم، نشان می‌دهد که هیچ صفری در ناحیه  $Re(s) < 0$  وجود ندارد مگر صفرهای بدیهی به‌ازای  $s = -2, -4, \dots$ . ریمان براساس شواهد عددی حدس زد که همه صفرهای نابديهی زتا باید بر خط بحرانی  $Re(s) = \frac{1}{2}$  واقع باشند. او نشان داد که از این فرض، که اکنون به فرضیه ریمان موسوم است، برآورد حدسی گاوس برای  $\pi(x)$  (قضیه اعداد اول) نتیجه می‌شود. ولی معلوم شده است که فرضیه ریمان بسیار قویتر از قضیه اعداد اول است و در واقع با برآورد  $\pi(x) - Li(x) = O(x^{\frac{1}{2}} \log x)$  بیشترهای فراوان، فرضیه ریمان تاکنون ثابت نشده است.

### برهان ۱۹۴۱ ویل به مثابه الگو

یکی از ایده‌های نافذ و بسیار بارآور در نظریه اعداد، مشابهت و تناظر بین میدان‌های اعداد و میدان‌های توابع است. در قرن نوزدهم، ریاضیدانانی مانند کرونکر، دککیند، و وری بر پی بردند که احکامی درباره میدان‌های توابع جبری (میدان‌هایی از توابع برخه‌ریخت بر یک رویه ریمانی)، اگر به‌زبان مناسبی برگردانده شوند، به احکامی در دنیای میدان‌های اعداد جبری تبدیل می‌شوند. به‌منظور دقیق ساختن این تناظر باید میدان‌هایی از توابع روی میدان‌های متناهی، و نه روی  $\mathbb{C}$ ، را در نظر گرفت. (برای ملاحظه شرح شاعرانه‌ای از این چرخه مفاهیم، به‌نامه ویل به خواهرش در سال ۱۹۴۱ درباره نقش مشابهت‌ها در ریاضیات مراجعه کنید). معمولاً حکم‌های مربوط به میدان‌های توابع آسانتر اثبات می‌شوند. ویل در سال ۱۹۴۱ اقدام به اثبات همتای فرضیه ریمان برای تابع زتای خمی بر یک میدان متناهی کرد (این تابع زتا را آرتین قبلاً در دهه ۱۹۲۰ تعریف کرده و هاسه در دهه ۱۹۳۰ نشان داده بود که در فرضیه ریمان در حالت گونه ۱ صدق می‌کند). ویل در اثبات کاملش (که تا ۱۹۴۵ انتشار نیافت) مجبور شده بود مطالب جدید زیادی در هندسه جبری کشف کند: نظریه تناظرها و ایده‌های اولیه درباره موتیفها، و نظریه کوهمولوژی مناسبی که به‌جای کوهمولوژی تکین، ویژگی‌های مشابهی مانند دوگانی پوانکاره برای وارپته‌ها روی میدان‌های متناهی را در نظر می‌گرفت. اما چیزی که بیش و پیش از هر چیزی این اثبات را میسر ساخت، هندسی‌سازی کل مساله با نشان دادن این موضوع بود که فرمول صریح ریمان-ویل معادل با فرمول اثر لفتستس برای کنش خودریختی فروبنیوس بر کوهمولوژی خم است. سپس فرضیه ریمان از مثبت بودن اثر یک عملگر پیچشی نتیجه می‌شود. البته نگاشت فروبنیوس که گاهی با عنوان «پادشاه نظریه اعداد» از آن یاد می‌شود، پدیده‌ای با سرشت کاملاً متناهی است و تاکنون، قبل از دستاورد اخیر کن، کنسانی، و مارکولی، نظیری درحالت مشخصه صفر نداشت.

هدف از برنامه‌ای که کن، کنسانی، و مارکولی رتوس آن را در مقاله جدید خود با عنوان «هندسه ناجابه‌جایی و موتیفها: ترمودینامیک اندوموتیفها» [۲] مشخص کرده‌اند، ایجاد محیطی است که چیزی شبیه اثبات ۱۹۴۱ ویل در حالت مشخصه صفر بتواند تکرار شود. آنها در این مقاله، بر بسیاری چیزهای دیگر، نظیری برای خودریختی فروبنیوس در حالت مشخصه صفر

ملاقات با ماتیلده: یکی از نقاط عطف این ماجرا اولین ملاقات من با ماتیلده مارکولی در تورنتو در پاییز ۲۰۰۱ بود. من و جورج الیوت مشغول برگزاری سمینار هفتگی موسوم به «سمینار هندسه ناجابه‌جایی انتاریو» در انستیتوی فیلدر بودیم. ماتیلده مهمان کاتیا کُنسانی (Consani) بود. ما از او برای یک رشته سخنرانی در هندسه ناجابه‌جایی دعوت کردیم. شبی پس از صرف شام در رستورانی در تورنتو، بحث ماتیلده به سینمای ایران و عباس کیارستمی و مطالبی از این قبیل کشید. بعد گفتم که می‌خواهیم نشستنی در زمینه هندسه ناجابه‌جایی در بنف (Banff) برگزار کنیم و او را تشویق کردم در آن شرکت کند. آنگاه واقعه بسیار جالبی اتفاق افتاد. او موقع خداحافظی گفت: «شاید بهتر باشد شما کنفرانسی در ایران برگزار کنید» این دقیقاً همان چیزی بود که من مدت‌های مدید در ذهن داشتم. آیا یک نوع تله‌پاتی در کار بود؟ از او پرسیدم شما هم خواهید آمد؟ گفت: «البته» اولین سفرم به ایران: خوشبختانه از سال‌ها قبل غلامرضا خسروشاهی رئیس پژوهشکده ریاضیات پژوهشگاه دانش‌های بنیادی را می‌شناختم. وقتی در سال ۲۰۰۲ به این نتیجه رسیدم که زمان مناسبی برای رفتن به ایران و ایراد یک رشته سخنرانی درباره هندسه ناجابه‌جایی است، او از این فکر بسیار حمایت کرد. اگر حمایت جدی و مستمر او نبود، نمی‌دانم امروز در کار برگزاری این کارگاه به کجا رسیده بودیم. من نه تنها از پژوهشگاه بلکه همچنین از دانشگاه‌های شهرهای کرمان، زنجان، اصفهان، و دست کم سه دانشگاه در تهران (شریف، تهران و امیرکبیر) دیدار کردم، و کلاً از میزان امکانات و سرمایه‌گذاری برای علوم پایه در ایران، نسبت به اواسط دهه ۱۹۸۰ که از ایران رفته بودم، شگفت زده شدم. دیدم گام‌های بسیار بلندی برداشته شده (و فراموش نکنیم که دشوارترین گام‌ها همان گام‌های اولیه است) و عده زیادی دانشجوی بسیار مستعد مشغول تعلیم دیدن هستند که بر مطالب پایه کاملاً مسلط‌اند و برای گام برداشتن در مسیر تحقیق آمادگی دارند. همچنین پی‌بردم که هندسه ناجابه‌جایی در ایران به‌علت وجود سنت‌های قوی در آنالیز تابعی و همساز، جبر جابه‌جایی، و آموزش پایه در هندسه دیفرانسیل، می‌تواند جایگاهی طبیعی داشته باشد. به‌نظر می‌رسید این دانشجویان آماده‌اند به پژوهش در این زمینه بپردازند. موهبت دیگر، ملاقات با مهرداد شهسپانی در پژوهشگاه بود که به هندسه ناجابه‌جایی علاقه داشت و کنجکاو بود از کل موضوع سردر بیاورد!

آمریکا و وندربیلت: در بازگشت از ایران باید به دانشگاه وندربیلت در آمریکا می‌رفتم تا در مدرسه و کنفرانس سالانه هندسه ناجابه‌جایی در آن دانشگاه شرکت کنم. در آنجا دوباره با ماتیلده و آلن ملاقات کردم و درباره ایده برگزاری کارگاه گفتگو کردیم. ماتیلده، آلن را در مورد این ایده کاملاً مجاب کرد. برای هر سه نفر ما در این مرحله مشخص بود که می‌توانیم و باید همایش را برگزار کنیم! مدت کوتاهی بعد، نوشتن متن سخنرانی‌هایم در پژوهشگاه و در وندربیلت را به پایان رساندم و برای دکتر خسروشاهی فرستادم تا به‌وسیله پژوهشگاه در سطح محلی منتشر شود و از او خواستم با برگزاری همایش موافقت کند، و او این کار را کرد.

وحدت بزرگ و نظریهٔ ریسمان: می‌دانستیم که یک گروه قوی نظریهٔ ریسمان در پژوهشگاه و گروه‌هایی در این زمینه در جاهای دیگر ایران وجود دارد که از مدت‌ها قبل با جنبه‌هایی از هندسهٔ ناجابه‌جایی آشنا بوده‌اند و از آنها استفاده می‌کرده‌اند. پس طبیعی بود که از آنها هم برای عضویت در گروه برگزارکننده دعوت کنیم و باز به‌طور طبیعی به یک آدم دوست داشتنی، شاهین شیخ‌جباری، رسیدیم که جزو برگزارکنندگان قرار گرفت. با پیوستن ریسمان‌چی‌ها و وحدت نیروها دیگر واضح بود که راه برگشتی نداریم.

### مدرسه

از آغاز برای من و ماتیلده روشن بود که می‌خواهیم مدرسهٔ نسبتاً مفصلی برگزار کنیم که جنبه‌های مختلفی از هندسهٔ ناجابه‌جایی را در سطح مناسب برای دانشجویان مبتدی تحصیلات تکمیلی یا حتی دانشجویان تیزهوش دورهٔ کارشناسی در برداشته باشد. طرح اولیهٔ ما این بود که دو تا سه هفته مدرسهٔ تابستانی و بعد یک هفته کنفرانس داشته باشیم. بعد از مذاکراتی فشرده بین ماتیلده، من، و پژوهشگاه سرانجام همه توافق کردیم که یک مدرسهٔ یک هفته‌ای و یک کنفرانس یک هفته‌ای برگزار کنیم. در بعضی از مراحل این مذاکرات فکر می‌کردیم که ممکن است کل برنامه به هم بخورد، ولی چنین اتفاقی نیفتاد. نگاهی به برنامهٔ نهایی مدرسه نشان می‌دهد که آنچه بالاخره از آب درآمد، جزو بهترین مدرسه‌های مشابه در دنیا بوده و حوزهٔ وسیعی را در بر گرفته است.

طی هفتهٔ اول ۱۰ درس کوتاه عرضه کردیم که جنبه‌های مختلفی از هندسهٔ ناجابه‌جایی و کاربردهای آن در فیزیک را در بر می‌گرفت. سعی می‌کنم با تقسیم این درس‌ها به چهار دسته، محتوای علمی آنها را جمع‌بندی کنم.

۱. هندسهٔ ناجابه‌جایی: سخنرانی‌های مسعود خلخالی دربارهٔ مبادی هندسهٔ ناجابه‌جایی با تأکید بر جایگاه مهم کتاب آلن کن در این موضوع بود. هدف سخنرانی ترغیب جوانان به این امر بود که در مطالعهٔ هندسهٔ ناجابه‌جایی، کتاب کن را به‌عنوان منبع دائمی الهام، مسأله، و دانش ایده‌آل در نظر داشته باشند. سخنرانی‌های پلازاس معطوف به دو نمونهٔ مهم از فضاها ناجابه‌جایی، یعنی چنبره‌های ناجابه‌جایی و خمینه‌های کروی ناجابه‌جایی بود. این سخنرانی‌ها نگاه دقیقی به هندسهٔ دیفرانسیل این فضاها را شامل می‌شد.

۲. پیش‌زمینهٔ ریاضی: در سخنرانی‌های دیل هوسمولر و بهرنگ نوحی بعضی از مبادی جبر توپولوژیک و همولوژیک که برای هندسهٔ ناجابه‌جایی لازم است تشریح شد. هوسمولر در سخنرانی‌های خود تاریخچه‌ای از نظریهٔ  $K$  را چنانکه گروتندیک در آغاز مطرح کرده بود بیان کرد و طرحی از ساختار BG میلنر عرضه داشت و آنگاه نظریهٔ  $K$  و نظریهٔ  $K$ ی‌فضاها را تعریف نمود. نوحی نیز در سخنرانی خود بعضی از مطالب جبر همولوژیک را که این روزها با هندسهٔ ناجابه‌جایی ربط یافته است بیان کرد.

ابداع کرده‌اند. مقصود این است که زمینه‌ای هندسی برای اثبات فرمول اثر کن فراهم شود که وی نشان داده بود که معادل با فرضیهٔ ریمان و تعمیم‌های آن است (نگاه کنید به مرجع [۱]). چون فرمول اثر کن (که تصادفاً روی جلد همین شمارهٔ اخبار هم آمده است) روی فضای ناجابه‌جایی رده‌های ادل (Adele) است، وضعیت هندسی از نوع هندسهٔ ناجابه‌جایی است و آنها باید از کارهایی که تاکنون انجام شده بسیار فراتر بروند و بسیاری از مفاهیم را از هندسهٔ جبری نوین وارد هندسهٔ ناجابه‌جایی کنند. از جمله، در نخستین گام، باید متناظرهای مناسبی برای کوهولوژی اتال، رستهٔ موتیفها، و تناظرها در هندسهٔ ناجابه‌جایی، وارد کار شود. خوشبختانه معلوم شده است که اینها از قبل به‌صورت نظریهٔ (کو)همولوژی دوری، و به‌شکل رستهٔ کن مدول‌های دوری از سال ۱۹۸۳، و همولوژی دوری دونوردا و نظریهٔ  $KK$  موجود است. جزء مهم دیگری از این برنامه، مکانیک آماری کوانتومی است و به‌خصوص حکمی که تومیتا (Tomita) ریاضیدان ژاپنی آن را در دههٔ ۱۹۶۰ ثابت کرد حاکی از آن است که هر حالت روی یک جبر فون نوبمان چون  $M$ ، حالت تعادل گروهی یک پارامتری از خودریختی‌های  $M$  در دمای وارون  $\beta = 1$  است (تعادل به‌مفهوم مورد نظر کوبو-مارتین-شوبینگر). ساختن نگاشت فروبنیوس در مشخصهٔ صفر، فرابندی بسیار کلی به‌دست می‌دهد که همولوژی دوری را با مکانیک آماری کوانتومی به‌شیوه‌ای بدیع تلفیق می‌کند. آنها با شروع از جفت  $(A, \varphi)$  مرکب از یک جبر و یک حالت (فضایی ناجابه‌جایی مجهز به یک «اندازه») با توسل به گروه یک پارامتری متعارف خودریختی‌های  $\sigma$  پیش می‌روند و حالت تعادل اکستریمال  $\Sigma_\beta$  را در دماهای وارون  $\beta > 1$  در نظر می‌گیرند. تحت شرایط مناسبی، یک نگاشت جبری به‌صورت

$$\rho : A \rtimes_{\sigma} \mathbb{R} \longrightarrow S(\Sigma_{\beta} \times \mathbb{R}_{+}^{*}) \otimes \mathcal{L},$$

وجود دارد. مدول دوری  $D(A, \varphi)$  به‌عنوان دوگان‌هستهٔ (cokernel) نگاشت القایی به‌وسیلهٔ  $Tr \circ \rho$  بر مدول‌های دوری این دو جبر تعریف می‌شود. گروه دوگان  $\mathbb{R}_{+}^{*}$  بر  $D(A, \varphi)$  اثر می‌کند و، در مثال‌های برخاسته از نظریهٔ اعداد، نگاشت فروبنیوس در حالت مشخصهٔ صفر را جایگزین می‌کند. در این مقاله، سه گام طی شده در ساختمان  $D(A, \varphi)$ ، سرمایش، تقطیر، و کنش دوگانی نامیده شده‌اند.

آنچه آمد، شرح بسیار مختصری از این برنامه است. برای کسب اطلاعات بیشتر دربارهٔ این برنامهٔ جدید و جالب، خواننده را به مطالعهٔ مقالات پیشگفتهٔ کن، کنسانی، و مارکولی دعوت می‌کنیم. همچنین ملاحظهٔ نوار ویدئویی آلن کن را که در وب‌گاه KITP [۳] در دسترس است قویاً توصیه می‌کنیم.

1. Trace formula in noncommutative geometry and the zeros of the Riemann zeta function, Sel. Math. New ser. 5 (1999), 29-106.

2. Noncommutative geometry and motives: the thermodynamics of endomotives

این مقاله به نشانی math.QA/0512138 در Archive قابل دسترسی است. همچنین مراجعه کنید به بخش آخر مقالهٔ کن و مارکولی با عنوان

“A walk in the noncommutative garden”

که به نشانی math.QA/0601059 در دسترس است.

3. <http://online.itp.ucsb.edu/online/strings05/connes2/>

۳. هندسه جبری ناجابه‌جایی: اسنیگدهیان در سخنرانی‌های خود شرحی از کار شوارتز (A. Schwartz) و پولیش‌چوک (A. Polishchuk) درباره رابطه بین ساختارهای مختلط بر چنبره‌های ناجابه‌جایی و رسته بافه‌های همدوس بر یک خم بیضوی متناظر ارائه کرد. این سخنرانی فرصت خوبی برای آموزش هندسه جبری ناجابه‌جایی نیز فراهم کرد.

۴. هندسه ناجابه‌جایی و فیزیک: هیرالد گروسه در دو سخنرانی خود درباره منظم‌سازی و بازبهنجارش نظریه‌های میدان کوانتومی ناجابه‌جایی صحبت کرد. وی همچنین مطالب جالبی درباره زمینه تاریخی موضوع بیان داشت. کوروش ابراهیمی فرد چهار سخنرانی درباره بازبهنجارش در نظریه میدان کوانتومی از طریق جبرهای هوپف (به دنبال کارهای کُن و کرایمر) ایراد کرد. این موضوع یکی از داغ‌ترین و جدیدترین حوزه‌های تلافی و تعامل بین فیزیک و هندسه ناجابه‌جایی است که شایسته توجه دقیق ریاضیدانان و فیزیکدانان است. ریچارد سابو در پنج سخنرانی خود درباره D-brane ها و نظریه میدان ناجابه‌جایی سخن گفت. شاهین شیخ‌جباری دو سخنرانی ایراد کرد و در آنها توضیح داد که چگونه فضا‌های ناجابه‌جایی، مثلاً چنبره‌های ناجابه‌جایی، به‌طور طبیعی از D-brane ها در نظریه ریسمان سر بر می‌آورند. جیوانی لندی سه سخنرانی درباره وضعیت فعلی اینستانتون‌های روی کره‌های ناجابه‌جایی با گروه تقارن‌های کلاسیک یا کوانتومی ایراد کرد.

ماریوس وودزبسکی سه سخنرانی درباره «جبر عملگرهای دیفرانسیل» ایراد کرد و در آنها به جبر عملگرهای دیفرانسیل بر جبرهای ناجابه‌جایی روی میدان‌های با مشخصه‌های مثبت پرداخت و اینکه چگونه بعضی جبرهای لی کلاسیک استثنایی به‌عنوان جبرهایی از عملگرهای دیفرانسیل بر جبرهای متناهی بعد ظاهر می‌شوند.

دبایش گوسومی دو سخنرانی درباره «صورت‌بندی کاملی از حدس باوم-کُن راجع به گروه‌های کوانتومی گسسته» ایراد کرد.

مشخصات سخنرانی‌های یک‌ساعته هفته دوم جزو فهرست کامل سخنرانی‌ها در انتهای این نوشته آمده است.

دیگرچه؟

## کنفرانس

البته در این دو هفته برنامه‌های متنوع دیگری نیز برگزار شد. اول اینکه آلن کُن در یک «جلسه مسأله» با شرکت دانشجویان تحصیلات تکمیلی و بیست‌دکترها حضور یافت که گرداننده آن ماتیلده مارکولی بود. هر یک از شرکت‌کنندگان درباره حوزه مورد علاقه خود و مسائلی که روی آنها کار می‌کرد توضیح می‌داد و کُن سعی می‌کرد فهرستی از مسائل جالب حل‌نشده در هندسه ناجابه‌جایی را که مربوط یا نزدیک به کار آنهاست ارائه دهد. این جلسه با استقبال روبه‌رو شد و دانشجویان از این فرصتی که فراهم شده بود آشکارا به شوق آمده بودند.

سخنرانی‌های هفته کنفرانس آمیزه‌ای از درس‌های کوتاه و سخنرانی‌های یک ساعته کنفرانس بود. پس مدرسه به مفهومی در هفته دوم هم ادامه یافت، البته در سطحی بالاتر و در واقع، خیلی بالاتر. در اینجا درس‌های کوتاه کنفرانس را به اختصار جمع‌بندی می‌کنم.

همچنین میزگردی در هفته دوم برگزار کردیم که در آنجا روابط با گروه نظریه ریسمان در پژوهشگاه و ایده پیشبرد هندسه ناجابه‌جایی در ایران از طریق پژوهشگاه مورد بررسی قرار گرفت. نظر دانشجویان درباره این مدرسه سؤال شد و بعضی از آنها از مشکلات خود در فهم مطالب مطرح شده سخن گفتند. این نظرها بسیار مهم است و در برگزاری کارگاه‌های مشابه در سال‌های آینده باید ملحوظ شود.

علی شمس‌الدین سه سخنرانی درباره «گرانش ناجابه‌جایی و کنش‌های طیفی» ایراد کرد.

فرصتی هم برای مصاحبه با آلن کُن فراهم شد. در این مصاحبه سؤالات بسیار متنوعی (به‌وسیله غلامرضا خسروشاهی و مسعود خلخالی) مطرح شد و کُن به تفصیل به آنها پاسخ گفت. ترجمه فارسی این مصاحبه در ابتدای این شماره اخبار آمده است.

آلن کُن چهار سخنرانی با عنوان «اعداد اول و فضا‌زمان: دو فضایی که دوست داریم درباره آنها خیلی بیشتر بدانیم» ایراد کرد. او به تشریح آخرین پیشرفت‌ها در زمینه کاربرد هندسه ناجابه‌جایی در نظریه اعداد، به‌خصوص رویکرد مشهورش به فرضیه ریمن، و رویکرد طیفی‌اش به فیزیک انرژی بالا، پرداخت. کُن بازبهنجارش در نظریه میدان کوانتومی را به‌عنوان تجزیه برکاف و سر بر آوردن یک گروه گالوی موتویک از آن را توصیف کرد و اینکه چرا ریاضیدانان باید بازبهنجار پذیری را جدی بگیرند. فلسفه عمل طیفی در رویکرد هندسه ناجابه‌جایی به گرانش کوانتومی و فیزیک انرژی بالا مبحث بعدی او بود. کُن در آخرین سخنرانی‌اش پرده از برنامه جدیدی برای رفع اشکال رویکردش به فرضیه ریمن برداشت. امیدواریم در مجموعه مقالات کنفرانس، گزارش مفصل‌تری درباره این مبحث جدید و گسترده بیاوریم.

یکی از برنامه‌های جالب هفته دوم، گشت یک روزه میهمانان در شهر تهران بود که شامل بازدید از موزه هنرهای معاصر و کاخ گلستان می‌شد.

*Konishi anomalies and exact superpotential of noncommutative susy field theory.*

احمد قدسی محمودزاده، پژوهشگاه،

*Gravity on noncommutative D-branes.*

آلن کُن، کولژ دوفرانس، فرانسه

*Primes and space-time: two spaces we'd like to know a lot more about (I-IV).*

یوآخیم کونتس، دانشگاه مانستر، آلمان،

*Bivariant k-theory for locally convex algebras and Schatten ideals.*

هرالد گروسه، دانشگاه وین، اتریش،

*Regularization and renormalization of noncommutative quantum field theory (I-II).*

دبایشیش گوسوامی، مؤسسه آماری هند،

- *A complete formulation of Baum-Connes' conjecture for the action of discrete quantum groups,*
- *A quick introduction to Baum-Connes' conjecture.*

جیووانی لِندی، دانشگاه تریست و SISSA، ایتالیا،

*Noncommutative instantons (I-III).*

ماتیلده مارکولی، مؤسسه ماکس پلانک در ریاضیات، بن، آلمان،

*Noncommutative geometry and number theory (I-III).*

اسنیگدهیان ماهانتا، مؤسسه ماکس پلانک در ریاضیات، بن، آلمان،

*Noncommutative algebraic geometry (after Artin, Zhang and Polishchuk) (I-IV).*

ویدا میلانی، دانشگاه شهید بهشتی،

*Integrability of Dirac structures and the deformation quantization of poisson manifolds.*

بهرنگ نوحی، مؤسسه ماکس پلانک در ریاضیات، بن، آلمان،

*Introduction to homological algebra and derived categories (I-IV).*

ماریوس وودزیسکی، دانشگاه کالیفرنیا در برکلی، آمریکا،

*Algebra of differential operators (I-III).*

دیل هوسمولر، مؤسسه ماکس پلانک در ریاضیات، بن، آلمان،

*Introduction to K-theory and twisted K-theory (I-IV).*

و بعد؟

ما مشغول برنامه‌ریزی برای انتشار متون ویراسته و بسط یافته‌ی درس‌هایی هستیم که در همایش ارائه شد. مؤسسه World Scientific این کار را تقبل کرده است. پژوهشگاه دانش‌های بنیادی متن سخنرانی‌ها را در سطح ملی منتشر خواهد کرد. و اما در مورد آینده، ما امیدواریم بعضی از شرکت‌کنندگان جوان و مستعد این همایش را به‌سوی هندسه ناچابه‌جایی جذب کرده باشیم، و بتوانیم در ایران گروهی قوی و کارآمد در هندسه ناچابه‌جایی تشکیل دهیم که مرکز آن در پژوهشگاه باشد و پیوندهای محکمی با سایر مراکز و فعالان بین‌المللی در این زمینه برقرار کند.

**اسامی سخنرانان و عناوین سخنرانی‌ها:**

کوروش ابراهیمی‌فرد، دانشگاه بن، آلمان،

- *Renormalization in quantum field theory via Hopf algebras,*
- *On the matrix calculus of renormalization in pQFT.*

فرهاد اردلان، پژوهشگاه و دانشگاه صنعتی شریف،

*Anomalie in noncommutative gauge theories.*

ابراهیم اکرمی سنزریق، پژوهشگاه،

*Remarks on the NCG of quantum groups.*

خورخه پلازاس، مؤسسه ماکس پلانک در ریاضیات، بن، آلمان،

*Examples of noncommutative manifolds: spherical manifolds and complex tori (after Connes, Landi, Dubois-Violette, Polishchuk and Schwarz) (I-IV).*

مسعود خلخالی، دانشگاه انتاریوی غربی، کانادا،

- *Introduction to Alain Connes' book on noncommutative geometry (I-IV),*
- *Cyclic cohomology and Hopf algebras.*

ریچارد سابو، دانشگاه هریوت-وات، اسکاتلند،

*Noncommutative geometry and physics (I-V).*

علی شمس‌الدین، دانشگاه آمریکایی بیروت، لبنان،

*NC gravity and spectral actions (I-III).*

محمد مهدی شیخ‌جباری، پژوهشگاه،

*Fuzzy noncommutative spheres in diverse dimensions.*

ندا صدوقی، پژوهشگاه و دانشگاه صنعتی شریف،

### ماتیلده مارکولی



است. دیدگاه معمولی درباره کنفرانس‌ها و کارگاه‌ها این است که ارائه مقالات در این برنامه‌ها جزئی اساسی از کار دانشمندان و شاخصی از تولید بازدهی علمی است. برگزاری این همایش‌ها راهی برای ملاقات همکاران و تبادل سودمند آراء و ایده‌هاست. ولی به عقیده من، امروز وضع قدری تغییر کرده است. با دسترسی آسان به پیش‌چاپ مقاله‌ها و امکان ارتباط فوری از طریق ای-میل و اینترنت با سراسر جهان، آیا واقعاً برای اطلاع از تازه‌های دنیای تحقیقات نیازی به برگزاری کنفرانس داریم؟ امروز کنفرانس‌ها فقط بهانه مناسبی برای کمی گردش و جهانگردی و دیدار با بعضی دوستان قدیمی‌اند و از لحاظ علمی چندان مهم نیستند. ولی مدرسه‌ها واقعاً از لحاظ علمی اهمیت دارند و می‌توانند تأثیر درازمدت واقعی داشته باشند. برگزاری رشته سخنرانی‌هایی که به خوبی سازماندهی شده و هدف از آن آشنا کردن دست‌اندرکاران جوان ریاضیات و فیزیک نظری با رشته تحقیقی بسیار روزآمدی باشد، می‌تواند اثر درازمدتی بر مسیر کاری آینده این جوان‌ها داشته باشد. هم من و هم مسعود در سال‌های اخیر در برنامه‌های متعددی از این نوع مشارکت داشته‌ایم. مثلاً مدرسه بهاره هندسه ناجابه‌جایی و جبر عملگرها که هر سال در دانشگاه وندربیلت در آمریکا برگزار می‌شود تجربه بسیار موفقی از این نوع است. کن، مسکوویچی، و من تجربه مشابهی در بهار گذشته در شانگ‌های داشتیم و در آنجا یک رشته سخنرانی برای دانشجویان تحصیلات تکمیلی و دانشجویان پیشرفته کارشناسی در دانشگاه فودان ایراد کردیم.

مسعود به من گفته بود که ایران نظام آموزشی و دانشجویان بسیار خوبی دارد. چنان جایی برای برگزاری مدرسه‌ای که ما در نظر داشتیم به وضوح ایده‌آل بود. او در ارزیابی‌اش کاملاً حق داشت. دانشجویانی که ما دیدیم بسیار مستعدند و توان و سختکوشی لازم را برای موفقیت دارند. اجرای این برنامه با این دانشجویان بسیار دلپذیر بود. شاید همه چیز آن‌طور که انتظار داشتیم پیش نرفت ولی ما سعی خواهیم کرد با توجه به نظرات بسیار مفیدی که از همه شرکت‌کنندگان دریافت کردیم، اشکالات را در برنامه‌های آتی رفع کنیم.

من طی سال‌ها انرژی زیادی صرف طرفداری از یک ایدئولوژی کردم. بسیاری از آن ایده‌آل‌ها را تحولات تاریخی بریاد داده است ولی هنوز آرمانی هست که مایل‌م روی آن سرمایه‌گذاری کنم: آنچه زمانی مکتب علمی شوروی بود اکنون به‌زحمت به بقای خود ادامه می‌دهد و بقایای آن در آمریکا پراکنده شده است، ایالات متحده آمریکا در انتظار موج دوم مهاجرانی است که نظام علمی آن را پر رونق نگه دارند، و فرهنگ علمی در بیشتر مناطق اروپا روندی روبه نزول دارد. پس، برعهده قدرت‌های نوظهور (کشورهایی مانند چین، هند، ایران، ...) است که نسل بعدی دانشمندان پیشرو را به جامعه بین‌المللی عرضه دارند. آنها جداً به سرمایه‌گذاری در تحقیق و توسعه و آموزش علمی علاقه‌مندند. آینده جهان در آنجاست (و ممکن است بهتر از گذشته آن هم باشد!).

.... زمانی که در مدرسه تحصیل می‌کردم، مادرم که آرشیتکت بود پس از سال‌ها کار در رشته خودش به معلمی تاریخ هنر روی آورد. در مدرسه برنامه درسی مفصلی در علوم انسانی و هنر داشتیم (در ایتالیا چنین چیزی لازم شمرده می‌شود، حتی برای افرادی که بخواهند در آینده در علوم دقیق کار کنند، و به‌خصوص برای چنین افرادی) و من درس‌های زیادی در فلسفه، زبان‌های باستانی، تاریخ هنر، و نظایر اینها گرفتم. اما مادرم به این هم قانع نبود. هرچند برنامه به نظرش عالی بود، اما از این ناراحت بود که در مدرسه فقط تاریخ فرهنگ و هنر اروپا را تدریس می‌کنند. مادرم تصمیم گرفت درسی به‌صورت فوق برنامه برای من ترتیب دهد که شامل چیزهایی باشد که من واقعاً باید می‌دانستم. به این ترتیب بود که ماه‌ها صرف مطالعه معماری‌های مسجدجامع اصفهان و آثار مولوی و خیام کردم. خیلی بعد، وقتی در ام.آی.تی. مشغول کار بودم، مشتاقانه به تماشای هر فیلمی که از فیلمسازان معاصر ایرانی نمایش می‌دادند می‌رفتم. برداشت من از ایران، چهل‌تکه‌ای بود که تکه‌های آن از مطالعات، فیلم‌ها، و شنیده‌هایم از ایرانیانی که در گوشه و کنار جهان دیده بودم فراهم شده بود. می‌خواستم ایران را بینم ولی مشکل کوچکی داشتیم. من هرگز اهل «تعطیلات» نبوده‌ام (گمان می‌کنم معنای آن را هرگز به‌طور کامل درک نکرده‌ام) بنابراین فقط وقتی به جایی سفر می‌کنم که یک دلیل حرفه‌ای قانع‌کننده برای آن سفر وجود داشته باشد. نمی‌دانستم چگونه می‌توانم ایران را در برنامه مسافرت‌هایم بگذارم. بنابراین وقتی مسعود خلخالی را حدود چهار سال پیش در تورنتو دیدم، طبیعتاً این فکر را با او در میان گذاشتم که ممکن است بتواند برنامه‌ای را در ایران سازماندهی کند. ما سرانجام به این فکر جامه عمل پوشانیدیم و چنین شد که روزی در صحن مسجد جامع اصفهان ایستاده بودم و با خود فکر می‌کردم این بنا زیباتر از چیزی است که در کتاب‌ها خوانده‌ام.

چندماه پس از ملاقات اولیه در تورنتو، مسعود را دوباره دیدم و گفتگوی ما درباره برگزاری همایشی در ایران پس از آن هم ادامه یافت. من صرف نظر از کنجکاوی نسبت به ایران، دلایل محکمتری برای سفر به آن کشور و سازماندهی آن نوع برنامه‌ای که در ام.آی.تی. اجرا کردیم داشتیم. ما تصمیم گرفتیم که این برنامه عمدتاً به‌صورت یک «مدرسه» برای دانشجویان تحصیلات تکمیلی و پست‌دکترها اجرا شود. دلیل این تصمیم کاملاً واضح