

گزارشی از کارگاه و کنفرانس منطق، جبر، و حساب

برگی از خاطره

محمدجواد ا. لاریجانی

۱. دکتر خسروشاهی از من خواستند چند کلمه‌ای درباره‌ی علائق پژوهشی‌ام در منطق ریاضی بنویسم تا به مناسبت برگزاری «کارگاه و کنفرانس منطق، جبر، و حساب» در پژوهشگاه دانشهای بنیادی ارائه شود. باید اعتراف کنم برای من که سالهای زیادی سرگرم «امور دیگر» و تقریباً دور از جریان اصلی منطق بوده‌ام، بازنگری به گذشته خیلی مهیج و وسوسه‌انگیز بود! امیدوارم این شرح کوتاه برخی از چنین احساسهایی را بنمایاند.

۲. با نگاهی به دوران تحصیل و تحقیق در دانشگاه کالیفرنیا در برکلی، می‌توانم بگویم که علاقه من در منطق به تدریج معطوف به دو زمینه شد:

I. نظریه مدلهای برای زبانهای «نامتناهی‌وار» (infinitary)،

II. تحقیقات منطقی (و فلسفی) درباره مفهوم «صدق».

در هر دو زمینه، تأثیر نیرومند آلفرد تارسکی مشهود است.

در نظریه مدلهای منطق نامتناهی‌وار، کارهای اولیه تارسکی و به دنبال آن، تحقیقات وات (R. Vaught)، کیسلر (Keisler) و لویزاسکوبار (Lopez-Escobar) در این زمینه جزو کارهای کلاسیک هستند. در حرکت بعدی، باروایز (Barwise) با معرفی و استفاده از میث «مجموعه‌های پذیرفتنی» (Admissible Sets) گام مهمی برداشت. سپس ادامسن (Adamson) و وات به تقویت نتایج باروایز با قرار دادن Σ_1 -استقرار به جای یک خاصیت استقرای ضعیفتر پرداختند. و بالاخره این جریان، به عقیده من، به مرحله مهمی رسید:

«می‌توان تا سطح مجموعه‌هایی که به‌طور بازگشتی-ابتدایی، بسته‌اند (primitively recursively closed sets) پایین رفت و بازهم نتایج قوی در نظریه مدلهای به دست آورد.»

خط سیر تحقیقات به این ترتیب بود: یسن-کارپ ← باروایز ← وات-لاریجانی

پاداش کار چیست؟ علاوه بر تعدادی احکام فروکاهش (reduction) جدید (برای $PC_d(A)$ -رده‌ها) اثباتهای بسیار «ذاتی» تری برای احکام مهمی در نظریه مدلهای به دست می‌آوریم.

[برای ملاحظه بررسی زیبایی در این زمینه، رجوع کنید به:

R. Vaught, *On $PC_d(A)$ -classes for an admissible set A*, in: *Mathematical Logic in Latin America* (Proc. IV Latin Amer. Sympos. Math. Logic, Santiago, 1978), (A.I. Arruda, R. Chuaqui, N.C.A da Costa, eds.), Stud. Logic Foundations Math., 99, North-Holland, Amsterdam, 1980, pp. 377-392.]

۳. حال به دومین موضوع مورد علاقه من در منطق برمی‌گردیم، یعنی به بررسی منطقی مفهوم «صدق».

یک عقیده فلسفی

مفهوم معناشناختی «صدق» تارسکی هنوز هم کاملاً شناخته و مورد توجه واقع نشده است! دلیل آن تا حدی این است که انتشار مقاله تارسکی با انتشار احکام منفی گودل مقارن شد و مردم گمان کردند تا آنجا که به نفی مربوط می‌شود، قضایای گودل از حد کفایت هم بیشتر است! اما قدرت اصلی مفهوم صدق تارسکی در رهیافت مثبت (و مبتنی بر نظریه مدلهای) آن است. در میان فیلسوفان جدید شاید دانلد دیویدسن (Danold Davidson) در شناخت ارزش واقعی نظریه صدق تارسکی به‌خصوص در مورد زبانهای طبیعی موفقتر از دیگران بوده باشد. اما آن هم به هیچ وجه کفایت نمی‌کند. اصل مطلب در جای دیگری است. مفهوم معمول صدق می‌تواند از ساختاری «نسبی» برخوردار شود، اما نسبت به چه؟ نسبت به یک ساختار سه جزئی: $B = \langle \mathcal{L}, M, I \rangle$ که در آن \mathcal{L} یک زبان، M یک مدل (ساختاری در \mathcal{L})، و I تعبیری از \mathcal{L} است.

حال: وقتی از یک پایه صدق مانند B به پایه صدق دیگری مانند B' می‌رویم، چه چیزی را باید «ثابت» در نظر بگیریم؟

این همان جایی است که مفهوم مورد نظر تارسکی از صدق ما را رهنمون می‌شود تا از رازهای «صدق» پرده برداریم. برای پرداختن به این مسأله اساسی، ابزارهای منطقی بسیار مناسب (با بهترین ابزارهای موجود) هستند.

تاریخچه منطق ریاضی در پژوهشگاه

از ابتدای تأسیس مرکز تحقیقات فیزیک نظری و ریاضیات و بخش ریاضیات آن در اواخر دهه ۱۳۶۰، منطق ریاضی یکی از شاخه‌های اصلی مورد علاقه هم از نظر اشاعه موضوع و هم از لحاظ تحقیقات، بوده است. این امر با توجه به علاقه مستقیم و سابقه تحقیقاتی ریاست پژوهشگاه در این شاخه و اینکه این شاخه از ریاضیات در دانشگاه‌های کشور تا آن سالها تقریباً حضوری نداشته است، منجر به پا گرفتن هسته منطق در همان اوان شکل‌گیری مرکز و سپس رشد تدریجی و مستمر آن گردید.

اقامتهای علمی متخصصینی چند از کشورهای بلوک شرق (همزمان با پیدایش شرایط ژئوپولیتیکی جدید در منطقه)، حضور تعدادی دانشجوی علاقه‌مند و مستعد در مقاطع مختلف تحصیلی از دیگر دانشگاهها در مرکز، برگزاری نخستین کنگره منطق در سال ۶۹ و سپس مدرسه تابستانی منطق ریاضی در سال ۷۰ با شرکت مدعوین برجسته بین‌المللی، بازگشت تعدادی از منطق‌دانان ایرانی پس از اخذ درجه دکتری در این زمینه از خارج به‌کشور، و پذیرش دو دوره دانشجوی دکتری در منطق ریاضی در سالهای ۷۵ و ۷۸ باعث شد که این شاخه موقعیت خود را به‌عنوان یکی از زمینه‌های اصلی پژوهشی در پژوهشگاه حفظ کند.

در چند سال گذشته، زمینه‌های تحقیقاتی در منطق و مبانی ریاضیات در پژوهشگاه شامل مباحثی با این عناوین بوده است:



تحقیقات در منطق ریاضی در ایران بود. بررسیها و تصمیم‌گیری‌های مقدماتی توسط کمیته برگزاری انجام شد. این کمیته متشکل بود از: محمد جواد ا. لاریجانی، سید محمد باقری، مجتبی منیری و مرتضی منیری از پژوهشگاه، محمد اردشیر از دانشگاه صنعتی شریف، مسعود پورمهدیان از دانشگاه صنعتی امیرکبیر، علی عنایت از دانشگاه امریکن، و ایرج کلانتری از دانشگاه ایلینوی غربی. هزینه‌های همایش نیز توسط پژوهشکده ریاضیات و دفتر ریاست پژوهشگاه، مرکز مطالعات و همکاریهای علمی بین‌المللی و مؤسسه پژوهش و برنامه‌ریزی آموزش عالی تأمین شد.

سرانجام «کارگاه و کنفرانس منطق، جبر، و حساب» در روزهای ۲۶ تا ۳۰ مهرماه ۱۳۸۲ با حضور تعدادی از متخصصان بنام این رشته در دنیا و حدود ۵۰ نفر از علاقه‌مندان این رشته در ایران، در پژوهشگاه برگزار شد.

در مراسم افتتاحیه بعد از سخنان مقدماتی علی عنایت، غلامرضا خسروشاهی رئیس پژوهشکده ریاضیات به میهمانان کنفرانس خوشامد گفت. سپس مجتبی منیری تاریخچه مختصری از منطق ریاضی در پژوهشگاه و ایران ارائه کرد. در ادامه، محمد جواد ا. لاریجانی، ریاست پژوهشگاه در مورد جنبه‌هایی از علائق تحقیقاتی خود در منطق سخن گفت که متن آن در این گزارش جداگانه چاپ شده است.



۶ مدعو غیرایرانی این کنفرانس، پوری ارشف (Yuri L. Ershov)، آناند پیلی (Anand Pillay)، لو ون دن دریس (Lou van den Dries)، فرانتس-ویکتور کولمن (Franz-Viktor Kuhlmann)، سلما کولمن (Salma Kuhlmann)، و آلبرت ویسر (Albert Visser) بودند که در مجموع ۱۲ سخنرانی یک ساعته ایراد کردند. علی عنایت و ایرج کلانتری دو سخنران مدعو ایرانی مقیم خارج کشور که همچنین از اعضای کمیته برگزاری این کارگاه بودند، هر یک دو سخنرانی تخصصی و دکتر کلانتری به‌علاوه یک سخنرانی عمومی ارائه نمودند. در کنار این افراد، ۶ نفر از محققان ایرانی نیز ۶ سخنرانی نیم ساعته ارائه کردند.

انگس مکینتایر (Angus Macintyre) استاد دانشگاه ادینبورو از جمله مدعوین اصلی کارگاه بود که به‌علت پیشامد بیماری حاد مادرش کمی قبل از گردهم‌آیی، نتوانست در این کارگاه حضور یابد. وی قرار بود یک سخنرانی دوقسمتی تحت عنوان

Variations on the Lefschetz principle

ایراد کند. پس از اطلاع از عدم حضور ایشان، زمان دو ساعته‌ای که به

- منطق فلسفی: وصفهای معین، اسامی خاص، نظریه‌های صدق، نظریه‌های معناداری در زبانهای طبیعی و ذهن، فرم منطقی، مسائل فلسفی منطق موجّهات، نظریه‌های ابهام، مبانی ریاضیات و غیر آنها (این زمینه‌ها بعداً در پژوهشکده سیستمهای هوشمند پی‌گرفته شد).
- منطق عمومی: دستگاههای منطقی ضعیف‌تر از منطق کلاسیک به‌ویژه منطق شهودگرایانه و منطق پایه، منطق زبانهای طبیعی، منطق در علوم کامپیوتر.
- نظریه مدل: نظریه پایداری، نظریه‌های ساده، جبر نظریه مدلی، مدل‌های حساب و نظریه مجموعه‌ها، ت-کمپنگی و صورتهای تغییر یافته آن.
- نظریه برهان: پیچیدگی برهانها، حساب مرتبه اول، حسابهای ضعیف و ارتباط آنها با نظریه پیچیدگی، ریاضیات ساختنی، ریاضیات شهودگرایانه.

در زمینه نظریه محاسبه‌پذیری و نظریه مجموعه‌ها نیز علائقی وجود داشته و فعالیت‌هایی انجام شده است. این فعالیتها در گذشته قدری بیشتر بوده ولی هیچگاه قطع نشده و گهگاه به‌خصوص وقتی که ریاضیدانانی متخصص در این نظریه‌ها میهمان پژوهشگاه هستند، به آنها پرداخته می‌شود (مثلاً در همین کارگاه و کنفرانس منطق، جبر، و حساب). همین امر درباره مباحث آنالیز ساختنی، آنالیز بازگشتی، منطق رسته‌ای، و مدل‌های ناستاندارد در ریاضیات نیز صادق است. مباحث خاصی در علوم نظری کامپیوتر نیز مورد توجه بوده‌اند (اخیراً پژوهشکده علوم کامپیوتر نیز در پژوهشگاه تأسیس شده است).

در خلال ده سال گذشته، گروه منطق (با احتساب دانشجویان) در حدود ۱۰ عضو و ۲ محقق پست‌دکتری داشته و میهمانان منطق‌دان برجسته متعددی را به صورتهای کوتاه مدت یا میان مدت پذیرا بوده است. سه نفر تاکنون دکتری ریاضی خود را در حوزه کلی منطق ریاضی در این مرکز گرفته‌اند و دو نفر دیگر در حال کار روی رساله خود هستند. سرانجام اینکه سمینارها و دروس متعددی توسط گروه برگزار شده یا توسط پژوهشگاه در زمینه‌های منطقی یا شاخه‌های مرتبط با آن (بعضاً در دانشگاههای دیگر) برگزار گردیده است.

و اما همایش ...

در چنین شرایطی، نیاز به یک کارگاه/کنفرانس تخصصی که شاید نسبت به دو مورد برگزار شده در سالهای ۶۹ و ۷۰ متمرکزتر باشد، احساس می‌شد.

هرچند اولویتهای علائق تحقیقاتی در میان منطق‌دانان ایرانی متنوع است، ایده تشکیل همایشی نسبتاً متمرکز در پژوهشگاه دانشهای بنیادی حدود یک سال و نیم پیش مطرح شد. هدف این گردهم‌آیی، فراهم آمدن موقعیتی برای آشنایی بیشتر با پیشرفتهای اخیر این رشته، ارتباط بیشتر محققین ایرانی با علائق مشترک در جهان و در نهایت توسعه و تعمیق بیشتر

آن شهر نیز دیدن کردند.

برخی از مدعوین پس از بازگشت به کشورهای خود، پیامهای تشکری ارسال نمودند که در آنها کنفرانس را بسیار خوب ارزیابی کردند و همچنین عنوان کردند که از جهات دیگری نیز از همایش لذت برده‌اند، مانند دیدن ایران و لذت بردن از غذاهای ایرانی، موسیقی سنتی و مهمان نوازی. فرانتس-ویکتور کولمن تعداد زیادی عکس جالب را که در مدت اقامت خود در ایران، گرفته بود روی وبگاه خود قرار داده است: <http://math.usask.ca/fvk/Iran2003/Tehran>. آنها همچنین تشکر ویژه‌ای از سازمان دهندگان و کارمندان پژوهشگاه ابراز کردند که مسئولیتهای گوناگون خود را به خوبی انجام دادند.

اسامی سخنرانان و عناوین سخنرانیها:

یوری ارشف، مؤسسه ریاضیات سوبلوف، روسیه،

- *Effective global class field theory,*

- *Extremal valued fields.*



اناند پیلی، دانشگاه ایلینوی در اوربانا-شمپین، آمریکا،



- *Finite-dimensional sets definable in differentially closed fields,*

- *Around pairs of models.*

لوون دن دریس، دانشگاه ایلینوی در اوربانا-شمپین، آمریکا،

Arithmetic complexity, non-standard rings of integers, and irrationality (I & II).



برخی از نتایج ارائه شده، با همکاری موسکواکیس (Y. Moschovakis) به دست آمده است.

علی عنایت، دانشگاه امریکن، آمریکا،



- *Automorphisms and large cardinals,*

- *Automorphisms of models of arithmetic and set theory.*

سخنرانیهای وی اختصاص داده شده بود به پخش یک سخنرانی ضبط شده ۱ ساعته وی در MSRI در سال ۱۹۹۸ با عنوان

Primes and their residue fields in weak systems of arithmetic

و ۱ ساعت شرح کارهای ایشان توسط مدعوینی که زمینه کاریشان به او نزدیک بود، اختصاص یافت.



از راست: ایرج کلاتری و غلامرضا خسروشاهی

در طول کارگاه دو سخنرانی عمومی ارائه شد که اولی توسط فرانتس-ویکتور کولمن در عصر روز شنبه ایراد گردید. سخنرانی عمومی دوم، عصر روز دوشنبه در دانشگاه تهران توسط ایرج کلاتری و به زبان فارسی برگزار شد و شامل دو قسمت تقریباً نیم ساعته بود. نیم ساعت اول به یک سخنرانی با عنوان «استقرا در مجموعه بیوسته» اختصاص داشت. در قسمت دوم، دکتر کلاتری به طرح سه معمای ریاضی پرداخت و به راه حل آنها نیز به طور کلی اشاره کرد و قرار شد به چند نفر از افرادی که بهترین نگارش را از این راه‌ها ارائه کنند یک جلد کتاب

M. Davis, *The universal computer*, W.W. Norton & Company, New York, 2000,

هدا کند. این جایزه به فرهاد بابایی از دانشگاه تهران رسید.

در بعدازظهر روز آخر این کارگاه پس از آخرین سخنرانی، «بخش مسائل» تشکیل شد. در آنجا اکثر مدعوین و نیز برخی از سایر شرکت کنندگان مسائلی درباره موضوعات تحقیقاتی مورد علاقه جاری خود مطرح کردند. پس از آن میزگردی تشکیل شد که بحث آن، نگاهی به آینده منطق ریاضی بود.

سطح کیفی و محتوای علمی کنفرانس از نظر متخصصان شرکت کننده بسیار خوب بود. در نظر است مجموعه مقالات پس از داوری تحت نظر هیأت تحریریه (علی عنایت، ایرج کلاتری، و مجتبی منیری)، توسط انجمن منطق نمادی (ASL) به چاپ برسد.

اطلاع رسانی درباره کارگاه از طریق نشریه روزانه‌ای به نام Daily News و وبگاهی به آدرس <http://www.ipm.ac.ir/logic2003> (که هنوز هم فعال است) صورت می‌گرفت. در حاشیه همایش، مدعوین توانستند بازدید از موزه فرش، پارک جمشیدیه و کاخ-موزه سعدآباد به عمل آورند و همچنین در یک کنسرت موسیقی ایرانی که در پژوهشگاه برگزار شد، شرکت کنند. پس از پایان برنامه‌های علمی، مدعوین خارجی و برخی از برگزار کنندگان در سفری دو روزه به اصفهان از مراکز دیدنی و بناهای تاریخی

سید محمد باقری، پژوهشگاه و دانشگاه تربیت مدرس،



A non-classical ω -categorical theory.

مسعود پورمهیدیان، پژوهشگاه و دانشگاه صنعتی امیرکبیر،

Is Lascar stronger?



مقاله با همکاری واگنر (F. Wagner) بوده است.

مجتبی منیری، پژوهشگاه و دانشگاه تربیت مدرس،



Real closed fields and the absolute existence of irrationals.

مرتضی مشیری، پژوهشگاه و دانشگاه شهید بهشتی،

Model theory of intuitionistic bounded arithmetic with applications to independence results.



ضیاء موحد، مؤسسه پژوهشی حکمت و فلسفه ایران،

Quantified modal logic and Ibn-Sina.



ایرج کلانتری، دانشگاه ایلینوی غربی، آمریکا،

- *Filter foundation for recursive topology: a blend of recursion theory & topology,*
- *Quantum recursive functions in recursive analysis.*



سلما کولمن، دانشگاه ساسکاچوان، کانادا،

Primes and irreducibles in exponential integer parts of ordered exponential fields (I & II).



فرانتس-ویکتور کولمن، دانشگاه ساسکاچوان، کانادا،

- *Resolution of singularities and the model theory of valued fields (سخنرانی عمومی)*
- *Additive polynomials and their role in the model theory of power series fields over finite fields and in local uniformization.*



آلبرت ویسر، دانشگاه اوترخت، هلند،

- *Trustworthy theories and faithful interpretations,*
- *No escape from Vardanyan's theorem.*



سید مسیح آیت، پژوهشگاه و دانشگاه تربیت مدرس،

An IP-sensitivity result for density mod 1 and a general Liouville's theorem.



مقاله با همکاری مجتبی منیری نوشته شده است.