

مسئله تامسن

توزیع «یکسان» n نقطه روی یک دایره معنای واضحی دارد. در چنین آرایشی از نقاط، نقطه‌ها رؤوس یک چند ضلعی منتظم را تشکیل می‌دهند. اما برای نقاط روی یک کره، مفهوم توزیع «یکسان» پیشاپیش معنایی ندارد. با این حال، بیش از یک قرن است که ریاضیدانان و فیزیکدانان درباره این مسئله فکر و کار کرده‌اند.

در مراحل اولیه پیدایش نظریه اتمی، تامسن (J. J. Thomson) به مسئله حرکت n الکترون در درون یا روی یک کره، که طبق قانون کولن برهمکنش دارند، پرداخت. به این دلیل، شناخت آرایش n بار نقطه‌ای همانند، مقید به سطح یک کره، و مینیمم‌سازی پتانسیل کولنی، به مسئله تامسن معروف شد. می‌توان چنین آرایشی را به عنوان توزیع یکسانی از نقاط روی کره تعریف کرد. توابعی دیگر از آرایشهای نقاط را، غیر از قانون کولن ولی فقط وابسته به فواصل بین نقاط، می‌توان برای تعریف توزیع یکسان نقاط به کار برد. اگر به جای وارون فواصل در پتانسیل کولنی منفی لگاریتمهای آنها را قرار دهیم، به آرایشهای مینیمال می‌رسیم که نتایجی درباره محاسبات عددی و آنالیز مختلط دارد.

علی‌رغم آنکه مسئله توزیع یکسان نقاط روی کره بیان ساده‌ای دارد، اما تا حل و فصل آن، راهی طولانی در پیش است. در سال ۱۹۸۶ بود

که نشان داده شد هشت نقطه واقع در رأسهای یک مکعب محاط در کره، آرایشی مطلوب نیست، و آرایش مینیمم‌کننده پتانسیل کولنی کشف شد. بعداً حدس زده شد که آرایشهای بسیار متقارن n نقطه، که n عددی صحیح به شکل $n = 2 + (a^2 + b^2 + ab) \cdot 10$ باشد، مینیممها را برای مسئله تامسن به دست می‌دهند. ما در پژوهشگاه دانشهای بنیادی الگوریتم ساده‌ای برای توزیع تقریباً هر تعداد از نقاط روی یک کره ابداع کردیم. هر چند نمی‌توان ثابت کرد که این الگوریتم به آرایشهای بهینه می‌انجامد، ولی از محاسبات عددی مفصل به ازای n های بزرگ (بزرگتر از ۱۰۰۰) چنین بر می‌آید که آرایشهای حاصل ممکن است واقعاً به حالت بهینه نزدیک باشند. این آرایشها (مثلاً شکل زیر) پتانسیل کولنی پایبتری از آرایشهای بسیار متقارن با همان تعداد نقاط (مثلاً شکل روی جلد) دارند. توزیع انرژیهای کولنی موضعی در شکل داخل جلد یکنواخت‌تر از شکل روی جلد است.

مهرداد شهشاهانی

منبع:

A. Katanforoush and M. Shahshahani, *Distributing points on the sphere I*, Experiment. Math. **12**(2003), 199-209.

