

اخباری از مرکز

به احترام دیرک فان دالن، مهمان پژوهشگاه

محمد اردشیر

ardeshir@karun.ipm.ac.ir

۳. نزاع براوئر و هیلبرت در مبانی، پژوهشکده ریاضیات، پژوهشگاه دانشهای بنیادی.

سخنرانی اول که در سوم خرداد ایراد شد، به مقتضای میزبان، فلسفی بود. اساسی‌ترین سؤال فلسفه ریاضیات، چیستی هویت ریاضی است. براوئر هویت ریاضی را ساختمان‌های ذهنی می‌داند که تکوین آنها از شهود برمی‌خیزد. ضبط احساس‌های گذشته و حال در ذهن (خلق مفهوم دوتا) مبتنی بر مفهوم پیشینی (*a priori*) زمان‌کانتی است. تکرار این ساختمان ذهنی اعداد طبیعی را می‌آفریند. ریاضیات چیزی جز ساختمان‌های ذهنی نیست. هویت ریاضی با ساختن به منصفه ظهور در می‌آیند. این نگرش به هویت ریاضی و ماهیت ریاضیات، طبعاً منطقی خاص خود را می‌طلبد. یک حکم وجودی، $\exists x A(x)$ ، در ریاضیات صادق است اگر و فقط اگر ساختمانی برای بنای شیئی مثل a موجود باشد و برهانی برای $A(a)$. بنا بر این $\neg \forall x \neg A(x) \rightarrow \exists A(x)$ یک اصل معتبر منطقی نیست. به همین ترتیب، اصل طرد شیئی ثالث، $A \vee \neg A$ ، نیز در منطقی شهودگرایانه طرد شده است.

سخنرانی دوم که در نهم خرداد برگزار شد به ساختمان پیوستار از دیدگاه ریاضیات شهودی اختصاص داشت. در ۱۹۲۷ براوئر نشان داد که پیوستار (شهودگرایانه) تجزیه‌ناپذیر (indecomposable) است؛ یعنی اگر $\mathbb{R} = A \cup B$ و $A \cap B = \emptyset$ ، آنگاه $A = \mathbb{R}$ یا $B = \mathbb{R}$. این بدان معنی است که پیوستار شهودگرایانه قویاً همبند است. در ۱۹۹۶، فان دالن در [1] نشان داد که $\mathbb{Q}^c (= \mathbb{R} - \mathbb{Q})$ تجزیه‌ناپذیر است. یعنی نه تنها \mathbb{R} بلکه پیوستار مشبک (به اندازه \mathbb{Q} تا حفره) قویاً همبند است. در این سخنرانی، فان دالن نتیجه قوی‌تری را ارائه کرد:

قضیه. فرض کنید X یک زیرمجموعه پایدار (یعنی $X^{cc} = X$) و چگال \mathbb{R} باشد. آنگاه X تجزیه‌ناپذیر است.

اثبات. رک. [2].

علاوه بر اهمیت ذاتی قضیه‌های فان دالن در تجزیه‌ناپذیری زیرمجموعه‌های معینی از \mathbb{R} و تعمیم قضیه براوئر، روش اثبات او در پیچه جدیدی به سودمندی مفهوم ذهن خالق (creating subject) براوئر است. براوئر، خود مفهوم ذهن خالق را غالباً برای ارائه مثال‌های نقض استفاده می‌کرد. کارهای فان دالن نشان می‌دهد که این مفهوم، نتایج مثبت نیز دارد.

کارهای اخیر فان دالن نشان می‌دهد که پیوستار شهودگرایانه بیش از آنچه خود براوئر محقق نموده به مفهوم ارسطویی خط نزدیک‌تر است تا پیوستار کلاسیک، که در آن خط مجموعه‌ای از نقاط است.

سخنرانی سوم فان دالن که در دهم خرداد ایراد شد، در باره یکی از حوادث تراژیک جهان ریاضیات در اوایل قرن بیستم بود. نزاع در مبانی ریاضیات—که به بحران در مبانی معروف است—عمدتاً ناشی از تنازع‌های

دیرک فان دالن (Dirk van Dalen) برای شرکت و ایراد سخنرانی در کنگره جهانی ملاصدرا (دوم تا ششم خرداد ۷۸) دعوت شد. هسته منطقی از این موقعیت استثنایی استفاده نمود و ایشان را از هفتم تا پانزدهم خرداد به مدت یک هفته به پژوهشکده ریاضیات پژوهشگاه دانشهای بنیادی دعوت کرد. فان دالن از شاگردان آرنه هیتینگ (Arend Heyting)، تدوین‌گر منطقی شهودگرایانه، در دهه ۶۰ میلادی بود. هیتینگ از شاگردان و حواریون معروف براوئر، یکی از بزرگترین ریاضی‌دانان و فیلسوفان قرن بیستم و واضع مکتب شهودگرایی بود. فان دالن از افراد شاخص در اشاعه و توسعه شهودگرایی در چهار دهه گذشته است. کتاب دو جلدی مشترک او و نیمه دیگر وجدان شهودگرایی، اس. ترولسترا (A.S. Troelstra) به نام ساختی‌گرایی در ریاضیات

Constructivism in Mathematics, Vols. I, II, North-Holland, Amsterdam, 1988.

به عنوان دائرةالمعارف ریاضیات ساختی محسوب می‌شود.

فان دالن در مدت اقامت در ایران به ایراد سه سخنرانی پرداخت:

۱. ریاضیات چیست؟ پاسخ یک شهودگر، بخش فلسفه علم، کنگره جهانی ملاصدرا.

۲. پیوستار به عنوان یک محیط چسبیده، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه صنعتی شریف.



راست: محمد اردشیر، چپ: دیرک فان دالن



دومین دوره دکترای منطق ریاضی

امتحان ورودی دومین دوره دکترای منطق ریاضی بر اساس مجوز شماره ۲۲/۴۳۵ مورخ ۱۳۷۷/۸/۱۷ وزارت فرهنگ و آموزش عالی در تاریخ ۱۳۷۸/۲/۲ در پژوهشکده ریاضیات پژوهشگاه دانشهای بنیادی برگزار شد. از میان ۲۱ داوطلب شرکت در امتحان، حمید علی‌زاده و کاوه لاجوردی و شهرام محسنی‌پورگلمغانی بر اساس نمرات کتبی و مصاحبه حضوری پذیرفته شدند. قرار است کلاس‌های دوره دکترای منطق ریاضی از سال تحصیلی ۱۳۷۸-۷۹ شروع شود.

روز فلسفه ریاضیات

در تاریخ سیزدهم اسفند ۱۳۷۷ برای اولین بار، سمیناری یک‌روزه در فلسفه ریاضیات در ساختمان نیوران برگزار شد. شور و استقبال شرکت‌کنندگان قابل ملاحظه بود. فهرست سخنرانی‌ها به شرح زیر است.

حمید وحید، پژوهشگاه، گرایش‌های موجود در فلسفه ریاضیات.

سیاوش شهشهانی، پژوهشگاه و دانشگاه صنعتی شریف، افسانه‌گرایی در فلسفه ریاضیات.

ضیاء موحد، پژوهشگاه علوم انسانی، فرگه و مفهوم عدد.

کاوه لاجوردی، پژوهشگاه، آیا اعداد شیء‌اند؟.

نظریه طبیعی مجموعه‌ها بود. گرچه شهودگرایی براوتر ابدأ عکس‌العملی در مقابل بحران در مبانی نبود، شخصیت براوتر ایجاب می‌کرد که در خارج از گود ننشیند. از ۱۹۰۷ که براوتر از رساله دکترای خویش دفاع کرد تا ۱۹۲۰ بین او و هیلبرت مباحثات قلمی در باب مبانی ریاضیات با احترام نسبی و به دور از مسائل شخصی جریان داشت. نزاع واقعی با انتشار مقاله معروف هرمان وایل در ۱۹۲۰ با عنوان در باب بحران جدید ریاضیات در مبانی آغاز شد. هرمان وایل از بهترین شاگردان هیلبرت بود که شهودگرا شده بود و در این مقاله عملاً از ایده‌های براوتر دفاع کرد و علیه صورت‌گرایی حملات شدیدی کرد. جمله معروف وایل «... و براوتر-انقلاب این است»، در این مقاله آمده است. بعد از انتشار این مقاله، حملات هیلبرت به براوتر تندتر و گاه غیرمنصفانه بود. «آنچه که وایل و براوتر انجام می‌دهند اساساً پیروی از خط‌کرونکر است. آنها سعی می‌کنند مبانی برای ریاضیات فراهم کنند که بر اساس حذف هر چیزی است که آن را مشکل می‌پندارند، این بنای دیکتاتوری عقیم کرونکر است». اما براوتر کسی نبود که آرام بنشیند. حاصل این مناظره، همراه با عوامل شخصی و سیاسی دیگر به تعبیر اینستن، به جدال موش و قورباغه یا بحران ماتماتیکه آنالن تبدیل شد [۳].

مراجع

1. D. van Dalen, *How connected is the continuum?* J. Symbolic Logic 62 (1996), 1147-1150.
2. D. van Dalen, *From Brouwerian counter examples to the creating subject*, Studia Logica 62 (1999), 303-314.

۳. د. فان دالن، جدال موش و قورباغه: بحران ماتماتیکه آنالن، نشر ریاضی ۹ (۱) (۱۳۷۶)، ۳۶-۴۹.

مهمان مرکز

دکتر عباس عدالت، استاد علوم کامپیوتر دانشگاه امپریال کالج لندن، از ۲۳ مهر تا ۲۳ آبان ۱۳۷۷ و همچنین از ۱۵ فروردین تا ۱۵ اردیبهشت ۱۳۷۸ مهمان پژوهشگاه بود. دکتر عدالت در سفر اول خود یک سخنرانی با عنوان ریشه‌یابی در حساب دقیق حقیقی ایراد کرد که مقاله‌ای مبتنی بر آن در نشر ریاضی، سال ۱۰، شماره ۱، صص ۱۱-۶ آمده است. در سفر دوم، درسی با عنوان نظریه قلمرو و کاربردهای آن در دانشکده علوم ریاضی دانشگاه صنعتی شریف ارائه کرد. اکنون نیز محاسبه عدد π براساس حساب دقیق حقیقی در آزمایشگاه محاسباتی پژوهشکده ریاضیات در حال انجام است.