

است. باید انتظار داشت اطلاعاتی که در مورد کوارک  $t$  کسب می‌کنیم، این امکان را فراهم آورد که در آینده‌ای نزدیک، ذره مرموز هیگز را نیز مهار کنیم. این کار با استفاده از روش‌های جدیدی که در حال حاضر در دسترس است و با استفاده از داده‌های بیشتری که در آینده در دسترس خواهد بود، امکان‌پذیر است.

است. این نتیجه از یک آزمایش بود که در سال ۲۰۱۲ میلادی در آزمایشگاه LHC (خطای اول، آماری و خطای دوم سیستماتیک است) که با نتایج لب سازگار بود، انجام شد. این نتیجه به صورت زیر نمایش داده شده است:

$$m_t = 174 \pm 10 \text{ GeV}, \pm 13 \text{ GeV}$$

(خطای اول، آماری و خطای دوم سیستماتیک است) که با نتایج لب سازگار بود.

## سخنرانیهای آکادمیسین آناسوف

به سوی یک نقطه تکین، مثلاً  $a$ ، میل می‌کند، رشد جواب به صورت توانی از  $\frac{1}{x-a}$  خواهد بود. علاوه بر دستگاههای فوخی، دستگاههای معادلات دیفرانسیل عادی خطی دیگری هم وجود دارند که روی تمامی کره ریمان هلوترنفند، مگر در تعدادی متناهی نقاط تکین که خاصیت توصیف شده اخیر را دارند. چنین دستگاههایی جملگی (هم فوخی و هم غیر فوخی) منظم خوانده می‌شوند.

جوابهای دستگاهی که نقطه تکینی منزوی دارد، معمولاً از این نقطه منشعب می‌شوند. اگر تمام تکینگی‌ها منزوی باشند، این انشعاب دستگاه مرتبه  $p$  را، با نمایشی از گروه بنیادی کره‌ای که نقاط تکینگی از آن حذف شده‌اند، در گروه  $GL(p, \mathbb{C})$ ، متشکل از تمام ماتریسهای از مرتبه  $p$  مختلط وارونپذیر، توصیف می‌کنند. غالباً این نمایش را نمایش مونودرومی می‌نامند.

مسئله بیست و یکم هیلبرت به این قرار است:

فرض کنید چندین نقطه [از کره] و نمایشی از [گروه بنیادی] کره‌ای که این نقاط از آن حذف شده‌اند، در  $GL(p, \mathbb{C})$  داده شده است. آیا دستگاهی «فوخی» وجود دارد که تکینگیهای درست همان نقاط داده شده، و نمایش مونودرومی آن (که انشعاب جوابها را توصیف می‌کند) درست همان نمایش داده شده، باشد؟

خود هیلبرت متقاعد شده بود که پاسخ همواره «بله» است. اما بعدها معلوم شد که این امر، مورد نادری از یک پیش‌بینی نادرست او بوده است: بولبروخ مثالهایی ابداع کرد که پاسخ در آن [موارد] «نه» بود.

بولبروخ رسماً جوابی برای مسئله بیست و یکم هیلبرت یافت. معلوم شد که این جواب منفی است. البته معنای این موضوع آن است که اکنون باید این مسئله را عوض کنیم و به دنبال شرطهایی باشیم که پاسخ مثبت یا منفی از آنها استنتاج می‌شود. پله‌ملی، لایو-داینلفسکی، ذکرز، کاستوف و خود بولبروخ به برخی نتایج از این دست رسیده‌اند. ضمناً، شهود هیلبرت او را به کلی همراه نکرده بود؛ مواردی که پاسخ آنها می‌تواند «نه» باشد «استثنایی»



دیمیتری آناسوف (Dimitri Anasov)، عضو آکادمی علوم روسیه و استادیار استکلوف مسکو، از تاریخ ۱ تا ۱۵ اردیبهشت ماه سال جاری میهمان مرکز تحقیقات فیزیک نظری و ریاضیات بود. پروفسور آناسوف در طول مدت اقامت خود در مرکز، دو سخنرانی ایراد کرد که چکیده مفصل آنها در زیر آمده است.

## مسئله بیست و یکم هیلبرت

مسئله بیست و یکم هیلبرت درباره دستگاههای معادلات دیفرانسیل عادی خطی در حوزه مختلط است. چنین دستگاهی را فوخی می‌نامیم هرگاه (ضرایب) همه‌جا روی کره ریمان هلوترنف باشند، مگر در تعدادی متناهی نقطه تکین که ممکن است قطبهای مرتبه یک داشته باشند. (برای صحبت درباره هلوترنف بودن در بینهایت، یا قطب در بینهایت، ابتدا باید متغیر مستقل جدید  $t = \frac{1}{x}$  را معرفی کرد؛ در این عبارت،  $x$  متغیر مستقل اولیه است. دستگاه مورد نظر باید برحسب  $t$  بازنویسی شود. آنگاه خواص متناظر در صفر برقرار می‌شوند). یک خاصیت دستگاه فوخی به این قرار است: وقتی



ماسند. در حالت قبلی، شاره جهت‌های مثبتی را روی مسیرها مشخص می‌کند. جهت با بردارهای  $v(x)$  نموده می‌شود (همانطور که با پیکانهایش نمایش داده می‌شوند). در حالت فعلی چنین جهتی وجود ندارد.

یکی از اولین دستاوردهای نظریه کیفی معادلات دیفرانسیل (که تقریباً به معنای همان نظریه سیستم‌های دینامیکی است)، نظریه پوانکاره-بندیکسون است که اساساً انواع ممکن رفتارهای حدى مسیرهای شاره را روی کره ۲-بعدی و صفحه تصویری مشخص می‌کند. پوانکاره مشخصاً مطالعه شاره‌های روی سایر رویه‌ها را آغاز کرد. او رده ویژه‌ای از شاره‌ها را روی چنبره ۲-بعدی در نظر گرفت. این حالت هنوز هم مهمترین و مطالعه شده‌ترین شاره‌ها روی رویه‌های خارج از محدوده نظریه پوانکاره-بندیکسون است. اما دیگران بعدها انواع شاره‌های دیگری را روی چنبره و روی سایر رویه‌ها در نظر گرفتند.

نظریه شاره‌ها (و برگبندی ۱-بعدی) روی رویه‌ها با وجود کوچک بودن نسبی آن در مقایسه با سایر شاخه‌های سیستم‌های دینامیکی، در عرض ده پانزده سال گذشته رشد قابل ملاحظه‌ای داشته و در یک سخنرانی نمی‌توان به آن پرداخت. این روزها این شاخه از سه بخش توپولوژیک، نظریه اندازه‌ای (یعنی ارگودیک) و شاخه‌ای با مشخصات نظریه برگبندی ۱-بعدی، برخاسته از نظریه نگاشت‌های رویه‌ای ترستن، تشکیل یافته است. (این تقسیم‌بندی اگرچه مهم است و این بخش‌ها وابستگی نزدیکی به هم دارند، اما می‌توان درباره این سه بخش صحبت کرد که دست کم تقریبی از واقعیت و طریقی برای طبقه‌بندی نتایج است که ماهیتی گوناگون دارند.)

این سخنرانی درباره نظریه توپولوژیک خواهد بود و شامل مروری بر نتایج روشی است که اولین بار در دهه ۱۹۳۰ از سوی آ. ویل (البته در حالتی خاص) پیشنهاد شد اما در بونه فراموشی افتاد و بعدها اینجانب حالت توسعه یافته آن را احیا کردم. فکر جاری در پس آن عبارتست از گذشتن از شاره اولیه به شاره پوششی روی صفحه پوششی «اکمل» (که بسته به اینکه مشخصه اولیری رویه اولیه چه باشد، با ساختار اقلیدسی یا لوباجفسکی مجهز است).

از این مفهوم چنین برمی‌آید که تحت فرضهای تقریباً کلی (اما نه همیشه) مسیرهای شاره پوششی یا کراندار باقی می‌مانند (که در آن صورت انواع رفتارهای حدى آنها به وسیله نظریه پوانکاره-بندیکسون توصیف می‌شود)، یا به بینهایت می‌روند، که در حالت اخیر دارای جهت مجانبی در بینهایت خواهند بود. (این جهت جایگزین عدد چرخشی پوانکاره می‌شود که به شاره مخصوصی روی چنبره مربوط است). به مفهومی، این گونه سؤالات در سطح بدوی‌تری از آنچه معمولاً در سیستمهای دینامیکی بررسی می‌شود، قرار دارند.

هستند؛ سالها قبل، پله‌ملی ثابت کرد که در حالت «نوعی»، جواب مثبت است، مورد مشابهی نیز اخیراً توسط کاستوف و بولیبروخ کشف شده است. مدتی هم گمان بر این بود که در سال ۱۹۰۶، پله‌ملی پاسخ مثبتی برای مسئله بیست و یکم هیلبرت یافته است. اما پله‌ملی وجود دستگاه منظم را با تکینگیها و منودرومی مفروض، و نه وجود دستگاه فوخسی، اثبات کرد. وی تلاش کرد دستگاه منظمی را که به آن رسیده بود، چنان اصلاح کند که یک دستگاه فوخسی حاصل شود بی‌آنکه تکینگیها و منودرومی تغییر کنند. ولی استدلال وی همیشه هم کارآمد نیست (هرچند که، به طور «نوعی» کارایی دارد). علیرغم این اشتباه، نتیجه کار پله‌ملی، چه از لحاظ نفس کار و چه از دیدگاه کسانی که فقط به دستگاههای فوخسی علاقه‌مندند، به نحو چشمگیری با توفیق همراه بود. در واقع، تقریباً تمام نتایج مثبت درباره مسئله اولیه «فوخسی» هیلبرت با پیمودن همین راه به دست آمده‌اند: از دستگاه منظم شروع کرده و به اصلاح آن می‌پردازیم. (البته اکنون اصلاحاتی که به‌کار گرفته می‌شوند بسیار پیچیده‌تر از دوران پله‌ملی هستند.)

عنصری بسیار مهم در برهانهای همه نتایج منفی و نیز برخی نتایج مثبت (آنهايي که نوتر و دشوارترند)، نظریه موضعی جدیدی درباره دستگاههای منظم است که لوت آن را در سال ۱۹۶۱ مطرح کرد و مکمل نظریه موضعی قدیمی و شناخته شده‌ای به شمار می‌آید که فوخس و پوانکاره بنیان گذاشته‌اند. پله‌ملی قضیه خود را درباره وجود دستگاههای منظم با تکینگیها و منودرومی مفروض، با بهره‌گیری از معادلات انتگرال اثبات کرد. در سال ۱۹۷۵، رورل با استفاده از استدلالهایی از هندسه جبری، اثبات دیگری از این قضیه ارائه داد. بعدها رهیافت رورل را افراد دیگر متحول کردند. این رهیافت مبنای کتابی است که توسط بولیبروخ و نگارنده تألیف شده است.

## شاره‌ها روی رویه‌ها

«رویه» گونه‌نوشی برای خمینه بسته ۲-بعدی است. «شاره»، یک گروه تبدیلات ۱-پارامتری پیوسته است و معمولاً با یک میدان برداری  $v$  تعریف می‌شود. عمل این گروه روی نقطه  $x$  به صورت زیر تعریف می‌شود: نقطه حرکت می‌کند (با افزایش زمان) و این حرکت برحسب مختصات موضعی با یک دستگاه معادلات دیفرانسیلی معمولی،  $\frac{dx}{dt} = v(x)$ ، توصیف می‌شود. همچنین می‌توان یک برگبندی ۱-بعدی (همراه با تکینه‌ها) را روی یک رویه در نظر گرفت. اگر رویه هموار باشد، در آن صورت برگبندی با میدان مماس خود توصیف می‌شود. یعنی میدان «عناصر خطی» (خطوط مستقیم روی صفحات مماس، گذرنده از مبداهای این صفحات) که خارج از تکینه‌ها تعریف می‌شوند. برگهای این برگبندی خطوطی هستند که همه‌جا به این میدان