پروژهٔ Polymath

برنامه‌ای برای پژوهشِ گروهی در ریاضیات

پروژهٔ پُلی‌مَت (Polymath Project) برنامه‌ای است برای حل بعضی از مسائل دشوار و چالش برانگیز ریاضی با همکاری عدهٔ زیادی از ریاضیدانان از طریق آنلاین [برخط] که ایدهٔ آن را تیموتی گاورز (Timothy Gowers) ریاضیدان نامدار انگلیسی در ژانویهٔ ۲۰۰۹ پیشنهاد کرد و سپس ترنس تائو (Terence Tao) ریاضیدان شهیر استرالیایی‌ـآمریکایی نیز فعالانه در مدیریت این برنامه شرکت جست. پس از چند هفته بحث دربارهٔ نحوهٔ کار، مسئله‌ای در ترکیبیات به عنوان اولین پروژهٔ پلی‌مت اعلام شد. تاکنون ۱۶ پروژهٔ پلی‌مت مطرح شده که تعدادی از آنها به نتیجهٔ قطعی رسیده و بعضاً به انتشار مقالات پژوهشی انجامیده‌اند.

هدف از این الگوی تحقیقات، ترویج پژوهش دسته‌جمعی در ریاضیات است (در کنار الگوی غالب فعلی که پژوهش تک‌نفره یا دو سه نفره است). البته این نوع پروژه محدودیت‌هایی نیز دارد که در این مقاله به آنها اشاره می‌شود.

انگیزه‌ها، فواید، و محدودیت‌ها

برخلاف علوم تجربی (و به‌خصوص آزمایشگاهی) که در آنها بسیاری از پژوهش‌ها با همکاری عدهٔ زیادی از پژوهشگران صورت می‌گیرد، پژوهش ریاضی غالباً انفرادی یا با همکاری دو سه ریاضیدان انجام می‌شود. در همین قرن بیست‌ویکم، بسیاری از دستاوردهای درخشان ریاضی حاصل کار ریاضیدانانی است که مدت‌ها به طور انفرادی در انزوا تحقیق کرده‌اند. مثلاً اندرو وایلز هفت سال به طور محرمانه برای دستیابی به اثبات قضیهٔ آخر فرما کار کرد، هرچند بعداً برای پرکردن شکافی که در اثباتش وجود داشت با ریچارد تیلور همکاری نمود؛ یا گریشا پرلمان سال‌ها به تنهایی برای اثبات حدس پوانکاره و حدس‌های هندسی‌سازی تلاش کرد؛ و همین‌طور، ییتانگ جانگ (Yi-tang Zhang) پس از سه سال تحقیق انفرادی توانست ثابت کند که بینهایت جفت از اعداد اول وجود دارد که کران بالای تفاضل آنها ۷۰۰۰۰۰۰۰ است.

البته مثال‌هایی نیز از پژوهش دسته‌جمعی در ریاضیات می‌توان آورد که عمده‌ترین آنها رده‌بندی گروه‌های سادهٔ متناهی است که از سال ۱۹۵۵ تا ۲۰۰۴ ادامه داشت و بیش از صد ریاضیدان در آن شرکت جستند و حاصل کار آنها در ده‌ها هزار صفحه و صدها مقاله در مجلات ریاضی به چاپ رسید. ولی حل این مسئله قابل تفکیک به بخش‌هایی بود که اشخاص منفرد یا تیم‌های کوچک می‌توانستند هر یک بخشی از کار را به عهده گیرند.

تیموتی گاورز الگوی جدیدی برای تحقیقات دسته‌جمعی در ریاضیات پیشنهاد کرد که برای حل مسائلی از قبیل رده‌بندی گروه‌های سادهٔ متناهی نیست بلکه در مورد مسائلی است که نتوان حل آنها را به اجزای بسیار تجزیه کرد.

پیشنهاد گاورز در ژانویهٔ ۲۰۰۹ در مقاله‌ای با عنوان «آیا پژوهش ریاضی با همکاران پرشمار میسر است؟»
Is massively collaborative mathematics possible?
در وبلاگ او مطرح شد که بیانگر فلسفه، فایده، و نحوهٔ انجام این نوع پژوهش است. پیشنهاد گاورز، ایجاد تریبون یا جایگاهی برای

بحث آنلاین دربارهٔ یک مسئله است که علاقه‌مندان بتوانند هر نکته، ایده، و نظری دربارهٔ حل مسئله دارند ــ حتی اگر ناپخته، ناکامل، و احتمالاً غلط باشد ــ در آن تریبون مطرح کنند و دیگران به قبول یا رد، تصحیح یا تکمیل آن ایده، و ارائهٔ ایده‌های خود بپردازند، الهام‌بخش یکدیگر باشند تا بالاخره با هم‌افزایی اندیشه‌ها، راه‌حلی برای مسئله پیدا شود.

Gowers's Weblog

Is massively collaborative mathematics possible?

Of course, one might say, there are certain kinds of problems that lend themselves to huge collaborations. One has only to think of the proof of the classification of finite simple groups, or of a rather different kind of example such as a search for a new largest prime carried out during the downtime of thousands of PCs around the world. But my question is a different one. What about the solving of a problem that does not naturally split up into a vast number of subtasks? Are such problems best tackled by n people for some n that belongs to the set $\{1, 2, 3\}$? (Examples of famous papers with four authors do not count as an interesting answer to this question.)

It seems to me that, at least in theory, a different model could work: different, that is, from the usual model of people working in isolation or collaborating with one or two others. Suppose one had a forum (in

توجیهات گاورز برای مؤثر بودن این پیشنهاد از این قرار است:

۱) گاهی قدری شانس برای یافتن راه حل لازم است. اگر تعداد افراد زیاد باشد، براساس حساب احتمالات، احتمال اینکه یک نفر از میان آن جمع چنین شانسی بیاورد بیشتر است.

۲) افراد مختلف چیزهای مختلفی می‌دانند، بنابراین، دانشِ مؤثرِ گروه بزرگی از افراد در مورد یک مسئله بسیار بیشتر از یک یا دو نفر است. منظور از این «دانش» صرفاً اطلاع از مباحث مختلف ریاضی نیست بلکه همچنین آشنایی با شگردها و نکته‌های کوچک خاصی است که ممکن است در بخشی از حل مسئله به کار آید، مثلاً آن نوع مهارتی که شخص بتواند بگوید «آن ایده‌ای که شما فکر می‌کنید جنبهٔ حدسی دارد، نسبتاً مشابه با فلان تکنیک است که در حل فلان مسئله به کار رفته، و بنابراین، تأمل و تعمق در مورد آن ممکن است نتیجه‌بخش باشد.» یا «لمی که شما پیشنهاد اثبات آن را داده‌اید، معلوم شده که غلط است» ــ یعنی آن نوع نکته‌هایی که اگر شخص به تنهایی کار کند، کشف آنها ممکن است هفته‌ها یا ماه‌ها وقت او را بگیرد.

۳) افراد مختلف خصوصیات و سلیقه‌های متفاوتی در امر تحقیق دارند. بعضی دوست دارند ایده‌هایی مطرح کنند؛ عده‌ای علاقه‌مند به انتقاد از ایده‌ها هستند؛ گروهی ترجیح می‌دهند به جزئیات بپردازند؛ عده‌ای مایل‌اند ایده‌ها را به زبان متفاوتی بیان کنند؛ بعضی دوست دارند مسئله‌های متفاوت ولی مرتبطی را فرموله کنند؛ دیگرانی علاقه

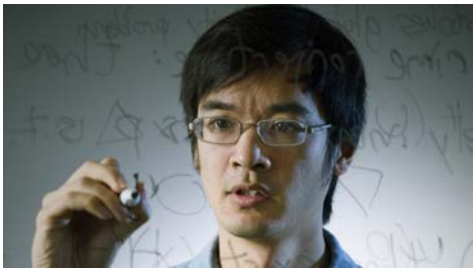
تیموتی گاورز

دارند که از تودهٔ درهم وبرهمی از ایده‌ها تصویر منسجمی بیرون بیاورند؛ و غیره. پروژه‌ای پژوهشی که با همکاری عدهٔ زیادی اجرا می‌شود، این امکان را پدید می‌آورد که هر کس مطابق سلیقهٔ خود عمل کند. مثلاً اگر شما به حل مسئله علاقه‌مندید و ایده‌هایی دارید که چندان به آنها اطمینان ندارید، و دوست ندارید که زحمت آزمودنِ آنها را تقبل کنید، می‌توانید آنها را با دیگران در میان بگذارید و امیدوار باشید که دیگران یا آنها را به قدر کافی جالب می‌بینند که بیازمایند یا واکنش دیگری نشان می‌دهند.

خلاصه اینکه به نظر گاورز، برقراری ارتباط مؤثر بین ذهن‌های گروه بزرگی از ریاضیدانان، شیوهٔ موفقیت‌آمیزی برای حل برخی مسئله‌ها خواهد بود.

اما این پرسش پیش می‌آید که ریاضیدانان با چه انگیزه‌ای ایده‌های خود را به اشتراک بگذارند؟ ریاضیدان روی مسئله‌ای کار می‌کند تا نتیجهٔ کارش را انتشار دهد و امتیازی کسب کند. اگر ایدهٔ بسیار خوبی در این همکاری گسترده مطرح شد آیا این خطر وجود ندارد که کسی مسئله را با استفاده از آن حل کند و به نام خودش انتشار دهد؟

گاورز در پاسخ می‌گوید که وسائل عمومیِ ارتباط الکترونیک مانند وبلاگ‌ها و ویکی‌ها به رفع این مشکل کمک می‌کنند. فرض کنید وبلاگ پروژه بسیار فعال است و مسئله‌ای با استفاده از نظرها و ایده‌های جالبی که در پاسخ یک پست وبلاگی مطرح می‌شود در حال حل شدن است. شما هم ایده‌ای دارید که گمان می‌کنید ایدهٔ خوبی است. به جای ترس از اینکه اگر آن را به اشتراک بگذارید کس دیگری در حل مسئله بر شما سبقت خواهد جست، خواهید ترسید که اگر به اشتراک نگذارید کس دیگری زودتر از شما آن را مطرح کند؛ و اگر مسئله سرانجام حل شد و با نام مستعاری مانند Polymath انتشار



ترنس تائو

یافت، پانوشتی حاوی پیوند به وبلاگ پروژه و توضیحی دربارهٔ نحوهٔ حل مسئله خواهد داشت. هر کس می‌تواند با مراجعه به آن وبلاگ همهٔ ایده‌ها و نظرهای مطرح‌شده را ببیند. شما هم می‌توانید ایدهٔ خودتان را در آنجا بیابید و ببینید که دقیقاً چه سهمی در کار داشته‌اید. البته ممکن است بحث‌هایی دربارهٔ اینکه کدام ایده‌ها در حل مسئله مهم‌تر بوده‌اند وجود داشته باشد، ولی حداقل تمام شواهد در آنجا موجود است و در معرض دید همگان قرار دارد. البته مشکل بتوانید در CVی خود بنویسید: «من ایده‌ای ارائه کردم که در حل مسئلهٔ فلان در پروژهٔ پلی‌مت بسیار مهم و اساسی بود.» ولی اگر مشارکت‌های مهمی در چندین پروژهٔ دسته‌جمعی از این نوع داشته باشید، به تدریج شهرتی در میان خوانندگان وبلاگ‌های ریاضی به دست می‌آورید که ممکن است امتیازی به حساب آید. آنگاه خود را مؤلف مشترکِ چندین مقالهٔ حاصل از این پروژه‌ها خواهید دانست و چندان مشکل نخواهد بود که در CVی خود به آن اشاره کنید.

وی رهنمودهایی به شرکت‌کنندگان در این پروژه‌ها می‌دهد که صورت مدون و به‌روزشدهٔ آنها در بخش «مشارکت در پلی‌مت» این مقاله آمده است. به نظر گاورز، نتیجهٔ ایده‌آل برای یک مسئلهٔ پلی‌مت، حل مسئله است به طوری که هیچ فرد خاصی خیلی سخت روی آن کار نکرده باشد و کار سخت را یک «اَبَر ریاضیدان» فرضی انجام دهد که گویی مغزش بین تعداد زیادی خُرده‌مغز، متعلق به افرادِ بسیار، توزیع شده و آن خرده‌مغزها با هم در ارتباط‌اند. بنابراین، شرکت‌کننده باید در برابر این وسوسه مقاومت کند که مدتی از گروه خارج شود و به تنهایی سخت کار کند و بعد اندیشه‌هایی را که به دقت پالایش یافته‌اند در گروه به اشتراک بگذارد. کافی است در برابر آنچه می‌خواند واکنش سریعی نشان دهد و امیدوار باشد که ایدهٔ او از طریق بحث‌های گروه درجهات مطلوب پرورانده شود. انتظار می‌رود که هر ایدهٔ بزرگی برآمده از یک رشته ایده‌های کوچک باشد. کار هر یک از شرکت‌کنندگان این است که چنین ایده‌های کوچکی را با دیگران در میان بگذارند تا ایدهٔ بزرگ آشکار شود.

البته گاورز انتظار ندارد که عدهٔ زیادی ترغیب شوند ایده‌های جالبی مثلاً در مورد اثبات فرضیهٔ ریمان به اشتراک بگذارند، و همچنین نامحتمل می‌داند که کسی زحمت مشارکت در حل یک مسئلهٔ بسیار فرعی و تکنیکی را به خودش بدهد. اما معتقد است در بین این دو نوع مسئله، طیف وسیعی از مسائل هستند که ارزش کندوکاو دارند و به روش پلی‌مت قابل حل‌اند.

ترنس تائو در یک سخنرانی در سال ۲۰۱۴، با نگاهی به پنج سال تجربهٔ اجرای پُلی‌مَت، گفته است: در این پروژه‌ها مشکلات تکنیکی جزئی ولی «سرعت‌گیر» که باعث کَندی کار پژوهش می‌شوند خیلی سریع رفع می‌گردد، مشکلاتی مانند دستیابی به یک مقالهٔ پژوهشی ناشناخته یا قطعهٔ کمتر شناخته‌شده‌ای از فولکلور ریاضی، پردازش رایانه‌ای با توان زیاد، اجرای یک محاسبهٔ رایانه‌ایِ دشوار، یا برنامه‌نویسی برای یک کارِ نرم‌افزاری خاص.

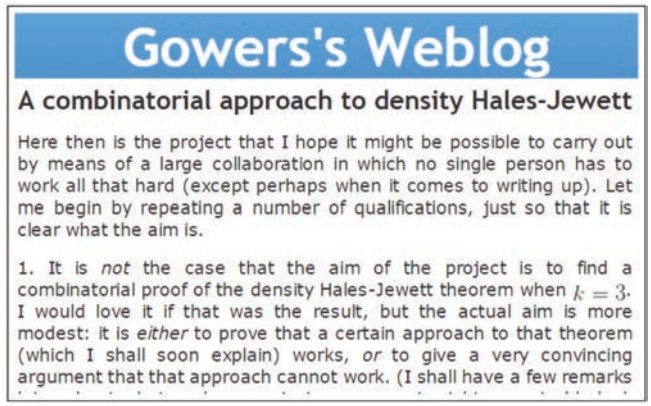
وی محدودیت‌های مهم پروژه‌های پلی‌مت را چنین برشمرده است:

- به نظر می‌سد این پروژه‌ها فقط در مواردی کارایی دارند که عدهٔ زیادی از افراد با پیش‌زمینهٔ کافی باشند که دست‌کم بخشی از مسئله را بفهمند و دربارهٔ آن نظر بدهند. مسئله‌هایی که حتی فهم آنها یه مقدار زیادی مهارتِ بسیار تخصصی و تکنیکیِ ریاضی نیاز دارد برای این پروژه‌ها مناسب نیستند.
- نظام رسمی مناسبی برای تعیین سهم هر فرد در یک پروژهٔ پلی‌مت نداریم. مقاله‌های پژوهشیِ حاصل از این پروژه‌ها معمولاً با نام مستعار نوشته می‌شوند؛ مثلاً برای اولین پلی‌مت که دربارهٔ قضیهٔ چگالی هیلز-جیوت (Density Hales-Jewett Theorem) بود نام مستعار D.H.J. Polymath به کار رفت. این مشکلی برای ریاضیدانان تازه‌کار است که وقت قابل ملاحظه‌ای را برای پژوهش در چنین پروژه‌ای اختصاص دهند.
- برای توفیق پروژه‌های پلی‌مت نیاز به یک «رهبر پروژه» هست که بحث‌ها را هماهنگ و هدایت کند و به طور کلی، جریان را پویا و پرتحرک نگه دارد. این کار بسیار وقتگیر است و تاکنون تنها عدهٔ معدودی برای این کار پا پیش گذاشته‌اند. (و به همین علت، تعداد پروژه‌هایی که تاکنون داشته‌ایم زیاد نیست.)
- پروژه‌های پلی‌مت تنها باعث پیشرفت در حل مسائلی شده‌اند که از قبل چند مسیر نویدبخش برای پیشروی در آنها وجود داشته و پیشرفت پروژه‌ها مثلاً با جرح و تعدیل بعضی از استدلال‌هایِ از قبل موجود صورت گرفته است. برای مسئله‌های ریاضیِ واقعاً دشوار که روش‌های شناخته‌شده برای حل آنها همگی به شکست انجامیده‌اند و ایده‌ها و بصیرت‌های

واقعاً تازه‌ای مورد نیاز است، به نظر نمی‌سد که پروژهٔ پلی‌مت بتواند خیلی فراتر از یک ریاضیدان منفرد پیش برود. (هرچند ممکن است از این طریق بصیرت بهتری در این باره به دست آید که چرا همهٔ روش‌های شناخته‌شده بی‌ثمر بوده‌اند.)

نمونهٔ مسئله‌ها

فهرست کامل مسئله‌هایی که تاکنون به عنوان پروژهٔ پُلی‌مَت و مینی‌پُلی‌مَت اعلام شده‌اند، و وضعیت هر یک، در تابلو مندرج در صفحهٔ ۳۱ آمده است.



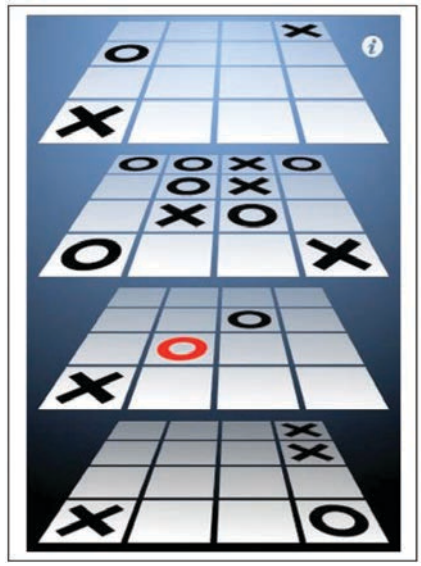
Gowers's Weblog

A combinatorial approach to density Hales-Jewett

Here then is the project that I hope it might be possible to carry out by means of a large collaboration in which no single person has to work all that hard (except perhaps when it comes to writing up). Let me begin by repeating a number of qualifications, just so that it is clear what the aim is.

1. It is *not* the case that the aim of the project is to find a combinatorial proof of the density Hales-Jewett theorem when $k = 3$. I would love it if that was the result, but the actual aim is more modest: it is *either* to prove that a certain approach to that theorem (which I shall soon explain) works, *or* to give a very convincing argument that that approach cannot work. (I shall have a few remarks

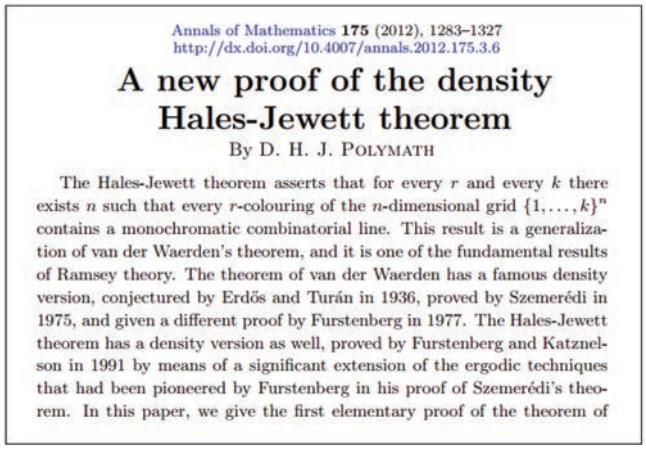
○ نخستین مسئله که به عنوان Polymath1 مطرح شد عبارت بود از یافتنِ یک اثبات ترکیبیاتیِ محض برای قضیهٔ چگالیِ هیلز-جیوت. این قضیه را می‌توان برحسب «دوز بازی» (tic-tac-toe)های چندبعدی توضیح داد:



قضیهٔ هیلز-جیوت، به اجمال، می‌گوید که اگر بُعد این بازی به اندازهٔ کافی بزرگ باشد، بازی نمی‌تواند به تساوی بینجامد (درواقع، قبل از آنکه حتی کسر کوچکی از خانه‌ها پر شوند لزوماً به برنده‌شدن یک بازیکن می‌انجامد.) حکم این قضیه ممکن است قدری بچگانه به نظر برسد ولی معلوم شده یک ابزار ترکیبیاتی قدرتمند و یکی از عمیق‌ترین نتایج نظریهٔ رمزی (Ramsey) است. مثلاً می‌توان از آن برای اثبات قضیه‌ای از بن گرین (Ben Green) و تائو استفاده کرد که می‌گوید اعداد اول شامل تصاعدهای حسابیِ به قدردلخواه‌طویل هستند.

قبل از اجرای پلی‌متِ یک، تنها اثبات شناخته‌شدهٔ این قضیه، اثبات دشواری با استفاده از روش‌های پیشرفته‌ای از نظریهٔ ارگودیک توسط فورستنبرگ (Furstenberg) و کتس‌نلسون (Katznelson) بود.

به دنبال اعلام این مسئله به عنوان اولین پروژهٔ پلی‌مت، با یک ماه فعالیت فشردهٔ بیست‌وچند ریاضیدان (که در میان آنها افراد مختلفی از برندگان فیلدز تا آماتورها بودند) و با حدود هزار ایده و نظر که در تعداد زیادی پست وبلاگی گذاشته شد، بالاخره پلی‌متِ یک موفق به یافتن اثبات ترکیبیاتی ساده‌ای برای قضیهٔ چگالی هیلز-جیوت شد.



Annals of Mathematics **175** (2012), 1283–1327
http://dx.doi.org/10.4007/annals.2012.175.3.6

A new proof of the density Hales-Jewett theorem

By D. H. J. Polymath

The Hales-Jewett theorem asserts that for every r and every k there exists n such that every r-colouring of the n-dimensional grid $\{1,\dots,k\}^n$ contains a monochromatic combinatorial line. This result is a generalization of van der Waerden's theorem, and it is one of the fundamental results of Ramsey theory. The theorem of van der Waerden has a famous density version, conjectured by Erdős and Turán in 1936, proved by Szemerédi in 1975, and given a different proof by Furstenberg in 1977. The Hales-Jewett theorem has a density version as well, proved by Furstenberg and Katznelson in 1991 by means of a significant extension of the ergodic techniques that had been pioneered by Furstenberg in his proof of Szemerédi's theorem. In this paper, we give the first elementary proof of the theorem of

○ یک مسئلهٔ مهم دیگر، که حل آن با عنوان Polymath8 انجام شد، مربوط به فاصله‌های کراندار بین اعداد اول، مبتنی بر دستاورد یتنانگ جانگ (Yitang Zhang) بود. جانگ در سال ۲۰۱۳ نشان داد که بینهایت جفتِ عددهای اول وجود دارند که کران بالای تفاضل آنها ۷۰۰۰۰۰۰ است. اگر این کران به ۲ کاهش یابد، حدس معروف اعداد اول دوقلو نتیجه می‌شود. جانگ می‌دانست که می‌توان این کران را بهتر کرد اما این کار را به دیگران واگذاشت.

تقریباً بلافاصله عده‌ای از ریاضیدانان دست‌اندرکارِ بهسازی این

کران شدند. نتایج کار آنها که یکی پس از دیگری به طور آنلاین منتشر شد، این کران را از ۷۰۰۰۰۰۰۰ به ۴۹۸۲۰۸۶ رساند. دراین مرحله روشن شد که برای ادامهٔ سیستماتیک‌تر این تلاش‌ها، باید مسئله به عنوان پروژهٔ پلی‌مت اعلام گردد و اجرای Polymath8 آغاز شد.

June 4, 2013

Polymath proposal: bounded gaps between primes

Filed under: planning, polymath proposals — Terence Tao @ 4:31 am Edit This

Two weeks ago, Yitang Zhang announced his result establishing that bounded gaps between primes occur infinitely often, with the explicit upper bound of 70,000,000 given for this gap. Since then there has been a flurry of activity in reducing this bound, with the current record being 4,802,222 (but likely to improve at least by a little bit in the near future).

It seems that this naturally suggests a Polymath project with two interrelated goals:

1. Further improving the numerical upper bound on gaps between primes; and
2. Understanding and clarifying Zhang's argument (and other related literature, e.g. the work of Bombieri, Fouvry, Friedlander, and Iwaniec on variants of the Elliott-Halberstam conjecture).

در این پروژه دو هدف موردنظر بود، یکی همین پایین آوردن کران، و دیگر روشن‌سازیِ جوانب استدلال جانگ (و مطالب مربوطه، مثلاً گونه‌های مختلف حدس الیوت‌ـهالبرستم (Elliott-Halberstam) دربارهٔ اعداد اول ونظریهٔ غربال). کران فاصله‌ها بین اعداد اول به سرعت بهتر و بهتر می‌شد، حتی چند بار در طی یک روز. بالاخره پس از یک سال تلاشِ عدهٔ زیادی از ریاضیدانان که متخصصان بسیاری از حوزه‌های مرتبط با موضوع در میان آنها بودند و هزاران نکته و نظر در پست‌های وبلاگی متعدد گذاشتند، تکنیک‌ها و بصیرت‌های جدیدی در این موضوع به دست آمد و کران فاصله‌ها به ۲۴۶ کاهش یافت.

مسئله‌های مینی پُلی‌مَت

تاکنون چهار تا از دشوارترین مسئله‌های المپیادهای بین‌المللی ریاضی (IMO) به عنوان Mini-Polymath مطرح و حل شده‌اند. ترنس تائو در یادداشتی که دربارهٔ اولین مینی‌پلی‌مت نوشته می‌گوید البته این مسئله به مراتب ساده‌تر از یک مسئلهٔ پژوهشیِ حل‌نشده است و از قبل می‌دانیم که راه‌حلی با استفاده از روش‌های مقدماتی دارد. با این حال، حل آن به طور دسته‌جمعی به شیوهٔ پلی‌مت می‌تواند جالب باشد. وی از کسانی که از راه‌حل اطلاع ندارند و قبلاً روی مسئله کار نکرده‌اند دعوت کرد در این پروژه شرکت کنند و از کسانی که راه‌حل را می‌دانند خواست تا اتمام پروژه هیچ سرنخیِ از آن را در پروژه به دست ندهند. نخستین مسئلهٔ مینی‌پلی‌مت، مسئلهٔ ۶ از المپیاد ریاضی ۲۰۰۹ بود که فقط پنج شش نفر از ۵۰۰ شرکت‌کننده در المپیاد آن را کاملاً حل کردند. صورت مسئله چنین است:

○ **مسئلهٔ ۶.** فرض کنید a_1، a_2، ...، a_n عددهای صحیح مثبت متمایزی هستند و M مجموعهٔ $n-1$ عدد صحیح مثبت است که شامل $S = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ نیست. ملخی می‌خواهد جهش‌کنان روی محور حقیقی حرکت کند به طوری که با شروع از نقطهٔ ۰، n جهش به سمت راست به طول‌های a_1، a_2، ... a_n، به ترتیبی، انجام دهد. ثابت کنید که این ترتیب را می‌توان چنان انتخاب کرد که ملخ روی هیچ نقطه‌ای در M ننشیند.

مشارکت در پلی‌مت

همهٔ علاقه‌مندان با هر میزان دانش ریاضی می‌توانند در پروژه‌های پلی‌مت مشارکت کنند. این مشارکت می‌تواند به صورت پیشنهاد یک مسئله به عنوان یک پروژهٔ پلی‌مت باشد، و یا مشارکت در حل هر یک از پروژه‌های در حال انجام از طریق ارائهٔ ایده و نظر (کامنت) و شرکت در بحث‌ها.

چگونه یک مسئله را به پلی‌مت پیشنهاد دهیم؟

مسئله‌های پیشنهادی هم می‌توانند در وبلاگ اصلی پلی‌مت (https://polymathprojects.org) قرار گیرند، و هم اینکه هر شخص می‌تواند آن را در وبلاگ شخصی خود مطرح کند. اگر مسئله‌ای را به عنوان یک پروژهٔ پلی‌مت در وبلاگ wordpress مطرح کردید آن را در رستهٔ polymath proposals قرار دهید تا دیگران از پیشنهاد شما مطلع شوند. پروژه‌هایی که در این رسته قرار می‌گیرند در آدرس زیر نمایش داده می‌شوند:

https://wordpress.com/tag/polymath-proposals

همچنین برخی پروژه‌ها در ویکیِ پلی‌مت به آدرس زیر قرارگرفته‌اند:

https://asone.ai/polymath/index.php?title=Other_proposed_projects

اگر می‌خواهید پیشنهاد پروژه‌ای را در وبلاگ اصلی پلی‌مت مطرح کنید باید با یکی از مدیران آن مکاتبه کنید.

همکاری در حل پروژه‌های فعال پلی‌مت

هر پروژهٔ پلی‌مت می‌تواند در وبلاگ اصلی پلی‌مت قرار داده شود، و یا اینکه شخصی که مسئله را پیشنهاد داده در وبلاگ خود آن را میزبانی کرده و مدیریت آن را بر عهده بگیرد. پس از قرارگرفتن و معرفی پروژه، سایر شرکت‌کنندگان، با هر سطحی از سواد ریاضی، می‌توانند با درج

Existing polymath projects

- Polymath1: New proofs and bounds for the density Hales-Jewett theorem. Initiated Feb 1, 2009; research results have now been published.
- Polymath2: Must an "explicitly defined" Banach space contain c_0 or l_p? Initiated Feb 17, 2009; attempts to relaunch via wiki, June 9 2010.
- Mini-polymath1: Solving Problem 6 of the 2009 International Mathematical Olympiad. Initiated July 20, 2009; five proofs obtained so far.
- Polymath3. The polynomial Hirsch conjecture. Proposed July 17, 2009; launched, September 30, 2010.
- Polymath4: A deterministic way to find primes. Proposed July 27, 2009; launched Aug 9, 2009. Research results have now been published.
- Polymath5: The Erdős discrepancy problem. Proposed Jan 10, 2010; launched Jan 19, 2010. Activity ceased by the end of 2012, but results from the project were used to solve the problem in 2015.
- Mini-polymath2: Solving Problem 5 the 2010 International Mathematical Olympiad. Proposed Jun 12, 2010; launched and solved, Jul 8 2010.
- Polymath6: Improving the bounds for Roth's theorem. Proposed Feb 5, 2011.
- Mini-polymath3: Solving a problem from the 2011 International Mathematical Olympiad. Proposed Jun 9, 2011; launched and solved, Jul 19, 2011.
- Mini-polymath4: Solving a problem from the 2012 International Mathematical Olympiad. Proposed, Jun 3, 2012; launched, July 12 2012.
- Polymath7: Establishing the Hot Spots conjecture for acute-angled triangles. Proposed, May 31st, 2012; launched, Jun 8, 2012.
- Polymath8: Improving the bounds for small gaps between primes. Proposed, June 4, 2013; launched, June 4, 2013. Research results have now been published.
- Polymath9: exploring Borel determinacy-based methods for giving complexity bounds. Proposed, Oct 24, 2013; launched, Nov 3, 2013.
- Polymath10: improving the bounds for the Erdos-Rado sunflower lemma. Launched, Nov 2, 2015.
- Polymath11: proving Frankl's union-closed conjecture. Proposed Jan 21, 2016; launched Jan 29, 2016. Concluded, Jan 17, 2017.
- Polymath12: proving Rota's conjecture. Proposed Feb 28, 2017.
- Polymath13: Intransitive dice. Proposed Apr 28, 2017.
- Polymath14: Classifying homogeneous norms on groups. Initiated Dec 16, 2017; solved Dec 21, 2017. Research results have now been published.
- Polymath15: Upper bounding the de Bruin-Newman constant. Proposed, Jan 24 2018; launched Jan 27 2018.
- Polymath16: Simplifying the lower bound proof for the Hadwiger-Nelson problem. Proposed, Apr 10, 2018; launched, Apr 14, 2018.

کامنت در پست وبلاگی مربوط به آن پروژه در حل و پیشرفت پروژه همکاری کنند. استفاده از LaTex در کامنت‌ها ممکن است و همچنین امتیازدهی به هر ایده و نظر توسط سایرین می‌تواند در پیشبرد پروژه راهگشا باشد. مشارکت‌کنندگان عادی می‌توانند نظرات و ایده‌های خود را در پست وبلاگ مربوط به هر پروژه به صورت کامنت ارائه دهند، البته قوانینی برای این منظور در نظر گرفته شده است که در ادامه به آنها اشاره خواهد شد.

علاوه بر این، از آنجا که حجم مطالب و کامنت‌ها در پست‌های وبلاگی مربوط به هر پروژه ممکن است خیلی زیاد باشد، برای هر پروژه یک صفحه در ویکیِ پلی‌مت در نظر گرفته می‌شود که روند پیشرفت پروژه در آن توسط کاربران تاییدشده به‌روزرسانی می‌شود. امکان ویرایش صفحه‌های ویکی به منظور جلوگیری از هجوم اسپم‌ها برای کاربران ناشناس وجود ندارد.

هر پروژه شامل سه بخش اصلی است:

۱. صفحه‌های ویکی مربوط به پروژه: این صفحه‌ها در ویکیِ پلی‌مت (https://asone.ai/polymath/index.php) قرار دارند و همهٔ اطلاعات و دانسته‌های مربوط به این پروژه را در آن می‌توان یافت، از جمله تاریخچه، نمادگان و نوع نگارش، نتیجه‌های به‌دست‌آمده، مسئله‌های باز و غیره. هر فردی که در این ویکی ثبت‌نام کرده و نام کاربری داشته باشد می‌تواند در ویرایش صفحه‌های آن مشارکت کند. برای ثبت‌نام در ویکی باید درخواست خود را به مدیران آن ایمیل کنید.

۲. بخش پژوهش در پروژه: این بخش موتور اصلی پیشرفت پروژه است. در این بخش ایده‌ها و نظریات برای پیشبرد پروژه‌ها تحلیل می‌شوند، استراتژی‌های حل مسئله مورد بحث قرار می‌گیرند، و غیره. محاسبات و استدلال‌های طولانی‌تر باید در ویکی قرار داده شوند و خلاصهٔ آنها در بخش پژوهش بیاید.

۳. بخش گفتگو در پروژه: دراینجا پروژه مدیریت و ارزیابی می‌شود، و مشارکت‌کنندگان معمولی می‌توانند بازخوردهای خود را مطرح کنند. هر از گاهی، مدیران (و سایر شرکت‌کنندگان فعال) باید چگونگی پیشرفت پژوهش در پروژه را خلاصه کرده و در این بخش به‌روزرسانی کنند. مشارکت‌کنندگان معمولی در اینجا فرصت پرسش سؤالات و بیان درخواست‌هایشان را در مورد مسائل مختلف پروژه خواهند داشت.

رهنمودها

چنانکه گفته شد، همهٔ افراد در سطوح مختلف معلومات ریاضی می‌توانند با ارائهٔ نظرات و ایده‌ها (کامنت‌ها)ی خود در پیشبرد پروژهٔ

پلی‌مت مشارکت کنند ولی برای اینکه این نظرها بیشترین تأثیر را داشته باشد، از مشارکت‌کنندگان خواسته می‌شود توصیه‌های زیر را رعایت کنند.

۱. مودبانه و سازنده بنویسید. هر پروژهٔ پلی‌مت یک پژوهش گروهی است، و برخورد شخصیِ غیرلازم بین شرکت‌کنندگان ممکن است تأثیر منفی بر روند کار بگذارد. از نقدِ استدلال‌های ریاضی استقبال می‌شود اما از انتقادهای شخصی باید پرهیز شود.

۲. نظرها و نکته‌های خود را چنان بنویسید که فهم آنها تا حد امکان آسان باشد. سعی کنید بیان شما روشن و اصطلاحاتی که به کار می‌برید خوش‌تعریف باشد. اگر توده‌ای از محاسبات در مطلب شما هست، قبل از ورود به آن، استراتژی محاسبه را در یکی دو جمله به‌اجمال توضیح دهید. محاسبات را به دقت بازبینی کنید تا از صحت و مناسبت آنها مطمئن شوید. در صورت لزوم می‌توانید در یادداشت بعدی، در مطلب قبلی تجدید نظر کرده آن را روشن‌تر بیان کنید.

۳. اگر ایدهٔ ریاضی شما غیرقطعی، ناقص یا حتی نادرست است، اشکالی ندارد. در بسیاری از موارد، پیشرفت در حل یک مسئلهٔ ریاضی نخست با حذف رویکردهای به‌ظاهر موجه صورت می‌گیرد. دلیل ناموفق بودن یک رویکرد، غالباً آموزنده است و سرِ نخی برای یافتن رویکرد درست به دست می‌دهد. پس اندیشه‌های خود را به اشتراک بگذارید و اگر از آنها انتقاد شد مأیوس نشوید (از طرف دیگر، از بی‌دقتی و شلخته‌نویسی در بیان نظر خود بپرهیزید.)

۴. جزئیات بسیار تکنیکی را باید در ویکی بگذارید، یا در جای دیگری خارج از وبلاگ اصلی ، و فقط خلاصه‌ای از آن را در این وبلاگ بگذارید.

۵. اگر در نظر دارید مدتی طولانی به طور غیر آنلاین روی جنبه‌ای از مسئله فکر کنید، دیگران را در جریان بگذارید. قرار است پروژهٔ پلی‌مت چیزی بیش از حاصلجمع مشارکت‌های جداگانهٔ افراد باشد. فرض بر این است که ایده‌ها و بینش‌های خود را با همه در میان می‌گذارید نه اینکه خودتان به تنهایی همهٔ مشکلات را حل کنید. البته گاهی، به خصوص در مراحل آخر یک پروژهٔ پلی‌مت، ممکن است بهترین راه برای حصول پیشرفت این باشد که یکی از مشارکت‌کنندگان به تأملات عمیق یا محاسبات گسترده‌ای خارج از وبلاگ بپردازد. اما در این حالت هم فلسفهٔ پلی‌مت ایجاب می‌کند که بقیهٔ مشارکت‌کنندگان بدانند آن شخص چه می‌کند و از آخرین اطلاعات دربارهٔ پیشروی (یا شکست) او آگاه شوند. همچنین ممکن است یکی دیگر از افراد با ارائهٔ پیشنهادی به کمک او بیاید.

۶. نظر و ایدهٔ پژوهشیِ ایده‌آل در پلی‌مت آن است که حاکی از «قدری پیشرفت» باشد. این ایده از طرفی باید شامل بصیرتی غیربدیهی باشد (که می‌تواند شامل دیدگاهی منفی نیز باشد مانند اشاره به اینکه فلان رویکرد خاص به مسئله، مشکل خاصی دارد) ولی از طرف دیگر نباید تکهٔ بغرنجی از ریاضیات باشد که بقیهٔ شرکت‌کنندگان در فهم آن به زحمت بیفتند.

سیاست انتشار

اگر همهٔ کارها خوب پیش برود، پروژهٔ پلی‌مت به یک یا چند نتیجهٔ قابل انتشار می‌رسد. در این مرحله، مقالهٔ مربوط با همکاری جمعی (در صورت اقتضا، با استفاده از ویکی و وبلاگ) و تحت نام مستعار Polymath نوشته می‌شود. (تعیین سهم هر مشارکت‌کننده، با هر میزانی از عینیت، غیرممکن به نظر می‌سد. از این رو استفاده از نام مستعار به عنوان نام نویسنده ساده‌ترین راه‌حل است.)

در بعضی موارد، نتایج به قدر کافی قطعی نیستند که انتشار رسمی آنها را ایجاب کند ولی اگر شرکت‌کنندگان موافق باشند، می‌توان شرحی از نتایج تهیه کرد و به یک وبگاه پیش‌چاپ (preprint) عرضه نمود.

با تشکر از **سعید صدری** (مدیر فنی وبگاه پژوهشگاه) به خاطر تدوین قسمت فنی و اینترنتی این مقاله.

• منابع

۱. مقالهٔ تیموتی گاورز به نشانی
https://gowers.wordpress.com/2009/01/27/is-massively-collaborative-mathematics-possible/

۲. متن سخنرانی ترنس تائو به نشانی
https://terrytao.files.wordpress.com/2015/07/polymath.pdf

۳. وبگاه پلی‌مت: https://polymathprojects.org/

۴. متن قوانین پلی‌مت:
https://polymathprojects.org/general-polymath-rules/

۵. ویکی‌پدیا:
https://en.wikipedia.org/wiki/Polymath_Project