

برندگان جایزه نوبل امسال، در تعارض با خرد جمعی، تعریف تازه‌ای برای معنای فاز و گذار فاز در مواد یک‌بعدی و دو‌بعدی به دست دادند.

## جایزه نوبل برای نظریه‌های بنیادی در فیزیک توپولوژیک\*

سونگ چانگ



هالدین



کاسترلیتز



تاولس

کار چشم انداز فیزیک ماده چگال را تغییر بنیادی دادند. به پاس این پژوهش راهگشا، نیمی از جایزه نوبل فیزیک سال ۲۰۱۶ به تاؤلس داده شد و نیم دیگر بین هالدین و کاسترلیتز تقسیم شد.

### نوعی گذار دیگر

هنگامی که کاسترلیتز در سال ۱۹۷۰ برای پسادکتری به دانشگاه بیرمنگام رفت، کارش فیزیک ذرات بود. پس از تکمیل چند محاسبه در آنچه شاید بتوان آن را در زمینه نظریه پروتوپریسمان طبقه‌بندی کرد، دریافت که رقیبان این کار را زودتر از او به انجام رسانده‌اند و به این نتیجه رسید که لازم است زمینه کارش را تغییر دهد. در سال ۱۹۷۱ کاسترلیتز همکاری با تاؤلس را که استاد دانشگاه بیرمنگام بود آغاز کرده بود.

تاؤلس در دیداری از آزمایشگاه‌های بل در سال ۱۹۶۹، از فیلیپ آندرسون شنید که گذار فاز در برخی مغناطیس‌های یک‌بعدی مسئله حل ناشده‌ای است: نکته عجیب این بود که برهم‌کنش کوتاه‌برد موجب گذار فاز نمی‌شود اما برهم‌کنش دراز برد گذار فاز می‌آورد و هیچ کس نمی‌دانست چرا. تاؤلس دریافت که رقابت بین انرژی و آنتروپی نقص‌های مغناطیسی، یکی از تفاوت‌های اصلی بین این دو وضعیت است. هنگامی که کاسترلیتز در جستجوی موضوعی برای

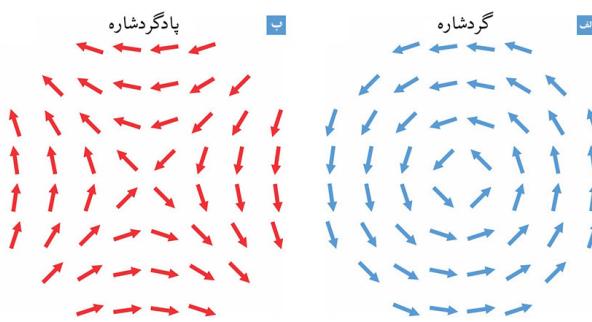
هر سفالنگر می‌تواند به شما بگوید که گویی سفال را می‌توان به شکل کاسه درآورد، اما بدون بریدن یا سوراخ کردن یا جسباندن قطعه‌های جدا نمی‌توان آن گویی را به شکل حلقه درآورد. به زبان توپولوژی که خصوصیات ثابت شیء را تحت تغییرشکل پیوسته<sup>۱</sup> بیان می‌کند، گویی و کاسه هم ارز توپولوژیک<sup>۲</sup> هستند در حالی که حلقه به رده توپولوژیک دیگری تعلق دارد. به شوخی می‌گویند توپولوژیدان کسی است که نمی‌تواند بین دونات و فنجان قهوه فرق بگذارد. در اوایل دهه ۱۹۷۰، چی، مایکل کاسترلیتز و دیوید تاؤلس به این نتیجه رسیدند که در سیستم‌های دو‌بعدی، نقص توپولوژیک که گردشاره<sup>۳</sup> نام دارد می‌تواند عامل نوعی گذار فاز باشد که از نوع گذار فاز معمولی نیست که با تغییر تقارن سیستم همراه است؛ بلکه آنچه تغییر می‌کند توپولوژی سیستم است [۱]. یک دهه پس از آن، اف. دانکن هالدین اندیشه کاسترلیتز و تاؤلس را برای زنجیره یک‌بعدی اسپین به کار برد و زمینه تحقیقاتی غنی و تازه‌ای را به وجود آورد [۲]. در همان زمان‌ها کاسترلیتز برای توضیح کوانتش رسانندگی هال در سیستم‌های دو‌بعدی الکترونی که دقت حریت‌آور دارد باز هم توپولوژی را به کار برد [۳].

این سه نظریه‌پرداز، ریاضیات تجربی توپولوژی را به ابزار اصلی برای بررسی سیستم‌هایی تبدیل کردند که شمار ابعادشان کمتر از سه است و با این

1. continuous deformation

2. topologically equivalent

3. vortex



شکل ۱. پیکربندی‌های گردشاره: (الف) در مغناطیس، روی مسیر دایره‌ای پادساعتگرد دور گردشاره، هر اسپین کمی دوران می‌کند طوری که دوران اسپین در پایان مسیر  $2\pi$  است. (ب) روی مسیر مشابه به دور پادگردشاره، دوران کل اسپین  $-2\pi$  است.

که اگر در خلاف جهت عقربه‌های ساعت روی دایره‌ای هم مرکز با گردشاره حرکت کنید، جهت هر پیکان دوران می‌کند و مقدار کل دوران پس از یک گردش کامل  $2\pi$  است. با تپولوژیک چنین وضعیتی  $+1$  است. دوران دوقطبی در پادگردشاره شکل ۱ ب هم یک دور کامل اما به اندازه  $-2\pi$  و باز تپولوژیک آن  $-1$  است.

تحت تبدیل پیوسته<sup>۱</sup>، مثلاً دوران همه دوقطبی‌ها به یک اندازه، باز تپولوژیک گردشاره ثابت می‌ماند و نمی‌توان به این ترتیب گردشاره را به پادگردشاره تبدیل کرد. تبدیل از یکی به دیگری به ناچار پیوسته است. اما اگر گردشاره و پادگردشاره تشکیل زوج بدنه‌دار تپولوژیک هر یک، باز دیگری را خنثی و صفر می‌کند. درنتیجه در حالت منظم زوج گردشاره - پادگردشاره که باز تپولوژیک صفر دارد می‌تواند تحت تبدیل پیوسته به وجود بیاید. کاسترلیتز و تاؤلس هزینه انرژی و آنتروپی شکل‌گیری شاره و گردشاره را محاسبه کردند و نشان دادند که هر دو بستگی لگاریتمی به اندازه سیستم دارند. انرژی آزاد سیستم  $F = E - TS$  است که در آن  $E$  نماینده انرژی،  $T$  نماینده دما،  $S$  نماینده آنتروپی است. در دمای کم، چیرگی با جمله مریبوط به انرژی است. گردشاره و پادگردشاره آزاد وجود نخواهد داشت. اما انرژی زوج گردشاره - پادگردشاره به فاصله بین آنها بستگی دارد و زوج‌های تبسته حتی در دماهای کم هم می‌توانند شکل بگیرند. با افزایش دما زوج‌های بیشتری به وجود می‌آید و فاصله بین گردشاره و پادگردشاره بیشتر می‌شود. در دمایی بحرانی، جمله مریبوط به آنتروپی چیره می‌شود و گردشاره و پادگردشاره آزاد می‌شوند و در سیستم به حرکت درمی‌آیند. این گذار فاز تپولوژیک به گذار کاسترلیتز - تاؤلس (KT) معروف است. اما گاهی هم گذار BKT گفته می‌شود که در آن B نشانه نام فیزیکدان درگذشته، وادیم برزینسکی است که در سال ۱۹۷۰ اندیشه‌های مشابهی را در یکی از نشریات روسی مطرح کرده بود.

کاسترلیتز و تاؤلس از آغاز می‌دانستند که اندیشه‌های آنها در توضیح جامدات، مغناطیس، و هلیم مایع دو بعدی به کار می‌آید، اما در مقاله سال ۱۹۷۲ خود تنها به توضیح گذار بین حالت‌های مایع و جامع پرداختند که

پژوهش به سراغ او آمد، تاؤلس مدتها بود به این می‌اندیشید که استدلال‌های مشابهی را می‌توان برای گردشاره‌های ابرشاره هلیوم مایع به کار برد، به ویژه در دو بعد.

در آن روزها، بیشتر فیزیکدانان ماده چگال، گذار فاز را به معنای پیدایش نظم درازبرد و تغییر تقارن می‌دانستند. مثلاً ساختار بلور تنها تحت دوران به اندازه زوایایی مشخص، با ساختارش پیش از دوران یکسان است، اما ساختار شاره تحت هر اندازه دوران، یکسان به نظر می‌رسد. همه اسپین‌ها در مغناطیس منظم راستهای مشخص دارند، در حالی که جهت اسپین‌ها در مغناطیس بی‌نظم کاتورهای است. فرض بر این بود که گذار فاز از حالتی بی‌نظم به حالتی منظم، با شکست خود به خودی نوعی تقارن رخ می‌دهد و برای مشخص کردن فرآیند گذار، می‌توان تغییرات مغناطیس یا «پارامتر نظم» دیگری را بر حسب دما، فشار، یا یک متغیر ترمودینامیکی دیگر به کار برد. اما در دهه ۱۹۴۰ رودولف پایرلز استدلالی پذیرفتی ارائه کرد که در مواد دو بعدی، حرکت گرمایی اتم‌ها مانع از تثبیت نظم درازبرد خواهد شد. در سال ۱۹۶۶، آن. دیوید مرمن و هربرت واگنر با استدلال مشابه نشان دادند که مغناطیس هایزنبرگ دو بعدی که در آن راستاگزینی گشتوار مغناطیسی دلخواه باشد. نظم نخواهد یافت. یک سال بعد، فراتس و گنر نشان داد که برای مغناطیس دو بعدی دیگری معروف به مدل  $xy$  که در آن گشتوارهای مغناطیسی محدودیتی مقید به صفحه دو بعدی هستند، همین نکته صحت دارد. علاوه بر اینها پیر هوهنبرگ در سال ۱۹۶۷ نشان داد که ابرشارش و ابررسانش دو بعدی نباید وجود داشته باشد [۴].

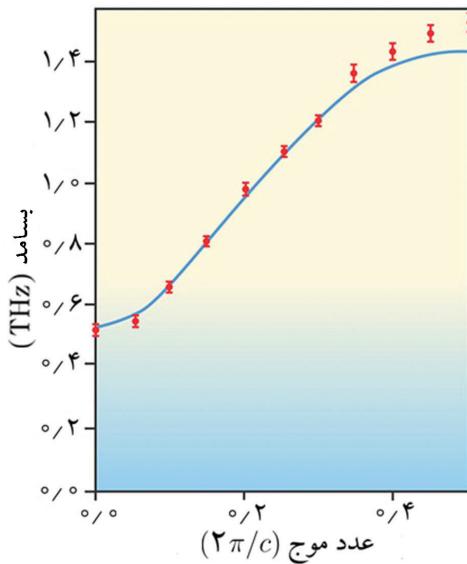
اما در حالی که تصویر نظری ظاهراً به اجماع نزدیک می‌شد، شواهدی تجربی برای گذار به فاز ابرشاره در لایه‌های نازک هلیوم ظاهر شد. بررسی‌های عددی و دیگر کارهای نظری از جمله کارهای خود و گنر نشان می‌داد که نوعی گذار فاز در سیستم‌های اتمی یا مغناطیسی دو بعدی امکان‌پذیر است.

سؤالی که پیش می‌آید این است که اگر سیستم دو بعدی نمی‌تواند نظم و شکست تقارن داشته باشد، چرا گذار فاز رخ می‌دهد؟ و گنر می‌گوید: «کاسترلیتز و تاؤلس جواب اصلی را پیدا کردند». در گیستی ریشه‌ای با خرد جمعی، کاسترلیتز و تاؤلس نظم درازبرد تازه‌ای به میان آوردنده که آن را نظم تپولوژیک نامیدند. علاوه بر این، این گمان را مطرح کردند که این نوع نظم می‌تواند در جامد دو بعدی، ابرشاره خنثی، و مدل  $xy$  هم وجود داشته باشد [۱].

کاسترلیتز و تاؤلس نشان دادند که در سیستم دو بعدی علاوه بر انگیختگی‌های شناخته شده مثل فونون در بلور، مگنون در مغناطیس  $xy$ ، امواج سطحی در ابرشاره، انگیختگی تپولوژیک به نام گردشاره هم می‌تواند وجود داشته باشد. برای فهم سرنشت تپولوژیک گردشاره، فرو-مغناطیس دو بعدی‌ای را در نظر بگیرید که پیکان دوقطبی‌های مغناطیسی همه هم‌جهت‌اند و اگر مسیری دایره‌ای را در جهت خلاف عقربه‌های ساعت دنبال کنید، جهت پیکان‌ها تغییر نمی‌کند. این وضعیت که وضعیتی ساده است باز تپولوژیک صفر دارد.

در گردشاره‌ای که در شکل ۱ الف می‌بینید، پیکان‌ها طوری مرتب شده‌اند

1. continuous transformation



**شکل ۲. شکاف انرژی هالدین:** دانکن هالدین فرض کرد که در طیف انگیختگی‌های زنجیره یک بعدی اسپین ۱، شکاف انرژی وجود خواهد داشت. سه سال بعد، نتایج پراکنده‌کنگر نوترون از ترکیب شبیه‌یک بعدی  $\text{CsNiCl}_3$  که زنجیره‌های یک بعدی مغناطیسی با فاصلهٔ شیکمای ۵ دارد، وجود این شکاف انرژی را تأیید کرد. در شکل، طیف انگیزش برای زنجیره نشان داده شده و شاهد وجود شکاف انرژی این نکته است که بسامد انگیزش هیچ‌گاه به صفر نمی‌رسد. خط پیوسته، برآش داده‌ها با نتیجهٔ نظریهٔ موج اسپینی است.

نکته را در مقالاتم خوب توضیح ندادم.» پیش‌نویس مقالهٔ سال ۱۹۸۱ او رد شد.

هالدین می‌گوید موقعی که توانست استدلال‌های متقاعدکننده برای فرض خود ارائه دهد در برآهینش سرچشمهٔ اندیشه‌هایش که کارکاسترلیتز و تاؤلس بود گم شد. کمی پس از انتشار دو مقالهٔ مهم او در سال ۱۹۸۳ [۲]، تجربه‌گران جستجوی شکاف انرژی هالدین را آغاز کردند. در سال ۱۹۸۶ ویلیام بایرز و همکارانش در آزمایشگاه‌های چاک‌ریور، در طیف انگیزشی سیستم شبیه‌یک بعدی  $\text{CsNiCl}_3$ ، شکاف انرژی واضحی را اندازه‌گرفتند که در شکل ۲ نشان داده شده است [۵]. هالدین می‌گوید «هیچ چیز مثل تأیید تجربی صدای منتقدان را خاموش نمی‌کند.»

### از فضای واقعی به فضای تکانه

جریان  $I$  در صفحه‌ای فلزی، تحت میدان مغناطیسی عمود بر صفحه، در اثر نیروی لورنس که هم بر جریان و هم بر میدان عمود است منحرف می‌شود. انباست بارهای منحرف شده، اختلاف پتانسیل  $V$  را به وجود می‌آورد. ادین هال در سال ۱۸۷۹ این پدیده را کشف کرد که به نام او به اثر هال معروف شده است. نسبت  $V/I$  را رسانش هال<sup>۴</sup> می‌گویند.

در سال ۱۹۸۰، کلاوس فون کلیتسینگ<sup>۵</sup> و همکارانش کشف کردند که رسانش هال در گاز الکترونی دو بعدی، کوانتیده و مضری از  $e/h$  بار

در آنها نقص‌های نقطه‌ای به نام دررفتگی<sup>۱</sup> کارگردشاره را می‌کند. به این ترتیب، گذارکاسترلیتز- تاؤلس ذوب بلور دو بعدی را توصیف می‌کند. مکانیک آماری بلورهای دو بعدی هنوز یکی از مباحث زنده در پژوهش‌ها، به خصوص در پژوهش سیستم‌های کولوئیدی است. ولیام ایروین از دانشگاه شیکاگو می‌گوید که در این سیستم‌ها گذارکاسترلیتز- تاؤلس «تنها توصیف نظری خوبی است که در دست داریم.»

کمتر از یک سال بعد، کاسترلیتز و تاؤلس مقالهٔ بلندتری نوشتند که به تفصیل توضیح می‌داد چگونه می‌توان اندیشه‌های آنها را در مدل  $xy$  و هلیوم ابرشاره نیز به کار برد. در سال ۱۹۷۷ کاسترلیتز و دیوید نلسون (که در دوران پسادکنگر کاسترلیتز در دانشگاه کورنل با او آشنا شده بود) پیش‌بینی کردند که گذارکاسترلیتز- تاؤلس در هلیوم ابرشاره به صورت جهش چگالی ابرشاره بروز خواهد کرد. این پیش‌بینی به سرعت با آزمایش تأیید شد در بیان دههٔ هفتاد معلوم شد که گذارکاسترلیتز- تاؤلس برای توضیح رفتار لایه‌های نازک ابررسانا نیز به کار می‌آید.

### از فیزیک کلاسیک دو بعدی به فیزیک کوانتمی یک بعدی

در سال ۱۹۳۵، هانس بته راه حل دقیق سیستم متشکل از زنجیره یک بعدی اسپین را پیدا کرد. طیف انگیزش این جواب که به آنراتس (رهیافت) بته<sup>۲</sup> معروف است، شکاف ندارد یعنی انرژی انگیزش با کاهش عدد موج به طور پیوسته به سمت صفر می‌کند. چون این رهیافت به جواب منجر می‌شد که شباهتی سطحی با جواب نظریهٔ نیمه‌کلاسیک امواج اسپینی داشت، فیزیکدان‌ها اغلب ریاضیات مشکل رهیافت بته را کنار می‌گذاشتند و مستقیم به سراغ جواب می‌رفتند. در اوایل دههٔ ۱۹۸۰ باور عمومی این بود که وضعیت برای اسپین بزرگ‌تر از  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  نبایست متفاوت باشد.

در سال ۱۹۸۱ دانکن هالدین در مؤسسهٔ لاوه - لانژون در گرونوبل فرانسه، دربارهٔ مدل مایع لاتینجر<sup>۳</sup> کار می‌کرد. این مدل جوابی برای سیستم یک بعدی الکترون‌هاست که از نظریهٔ اختلال به دست می‌آید. هالدین متوجه شد که اگر یکی از ابعاد مکانی را به زمان تبدیل کند، ایده‌های مکانیک آماری کلاسیک کاسترلیتز و تاؤلس را می‌توان برای فیزیک کوانتمی زنجیره یک بعدی اسپین هم به کار برد. با این کار، گردشاره‌های کاسترلیتز و تاؤلس به تونل زنی کوانتمی بین حالت‌های مختلف توپولوژیک تبدیل می‌شود.

هالدین دریافت که از دیدگاه توپولوژیک، درست مانند گردشاره در فضای دو بعدی، میدان اسپین در نتیجهٔ تونل زنی به اندازه  $2\pi \pm \Delta$  در فضازمان به دور محور زنجیره دوران می‌کند. در فرمول بندی انتگرال مسیر در مکانیک کوانتمی، پیچش مثبت و منفی برای اسپین  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  سهم یکدیگر را صفر می‌کنند؛ و هالدین نشان داد که این نکته منجر به طیف انگیزش بدون شکاف می‌شود. هالدین پس از کار روی اسپین  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ، زنجیره اسپین ۱ را بررسی کرد و دریافت که جمع سهم پیچش‌های مثبت و منفی، صفر نمی‌شود و «بلافاصله معلوم بود که طیف انگیزش شکاف انرژی دارد.» اما می‌گوید «احتمالاً این

1. dislocation    2. Bethe Ansatz    3. Luttinger liquid model

## برندگان جایزه

دیوید تاؤلس در سال ۱۹۳۴ در پیرزدن اسکاتلند به دنیا آمد. پس از دریافت مدرک کارشناسی از دانشگاه کمبریج، دکتری خود را در سال ۱۹۵۸ از دانشگاه کورنل گرفت و پس از شغل پسادکتری در دانشگاه کالیفرنیا در برکلی، در سال ۱۹۶۵ به دانشگاه بیرمنگام رفت. مدت کوتاهی را در دانشگاه بیل گذراند و پس از آن در سال ۱۹۸۰ به دانشگاه وشنگتن پیوست که اکنون استاد بازنشسته آن است.

مایکل کاسترلیتز در سال ۱۹۴۳ در آبردین اسکاتلند متولد شد. مدرک کارشناسی و کارشناسی ارشد خود را از دانشگاه کمبریج دریافت کرد و سپس به دانشگاه آکسفورد رفت و در سال ۱۹۶۹ دکتری خود را از دانشگاه آکسفورد گرفت. سپس، یک سال در مؤسسه فیزیک نظری تورین ایتالیا و به دنبال آن در دانشگاه بیرمنگام و دانشگاه کورنل شغل پسادکتری داشت. پس از آن به دانشگاه بازگشت و استادیار و دانشیار آنچا شد. در سال ۱۹۸۲ به دانشگاه براون رفت و اکنون استاد کرسی فیزیک هریسون ای. فارنزورت در آن دانشگاه است.

دانکن هالدین در سال ۱۹۵۱ در لندن به دنیا آمد. دوره کارشناسی را در دانشگاه کمبریج گذراند و کار دکتری را همانجا در سال ۱۹۷۸ به انجام رساند. در مؤسسه لاهه - لائزون در گرنوبل فرانسه کار کرد و سپس به دانشگاه کالیفرنیا جنوبی، آزمایشگاه‌های بل، و دانشگاه کالیفرنیا در سن دیه گرفت. بالاخره در سال ۱۹۹۰ در دانشگاه پرینستون ماندگار شد و اکنون استاد کرسی فیزیک یوجین هیگینز در آن دانشگاه است.

## مراجع

1. J. M. Kosterlitz, D. J. Thouless, J. Phys. C **5**, L124 (1972); **6**, 1181 (1973).
2. F. D. M. Haldane, Phys. Lett. A **93**, 464 (1983; Phys. Rev. Lett. **50**, 1153 (1983).
3. D. J. Thouless et al., Phys. Rev. Lett. **49**, 405 (1982).
4. N. D. Mermin, H. Wagner, Phys. Rev. Lett. **17**, 1133 (1966); F. Wegner, Z. Phys. **206**, 465 (1967); P. C. Hohenberg, Phys. Rev. **158**, 282 (1967).
5. W. J. L. Buyers et al., Phys. Rev. Lett. **56**, 371 (1986).
6. K. Von Klitzing, G. Dorda, M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
7. M. Z. Hasan, C. L. Kane, Rev. Mod. Phys. **82**, 3045 (2010).

ترجمه نادر حیدری

\*\*\*\*\*

- Sung Chang, *Foundational theories in topological physics garner nobel prize*, Physics Today December (2016), 14-17.

الکترون و  $h$  ثابت پلانک) است [۶]. دقیق کوانتش رسانش هال، که به خاطرشن فون کلیتیسینگ جایزه نوبل فیزیک سال ۱۹۸۵ را دریافت کرد، در حدود ۱۰ است و به خصوصیات نمونه، مثلاً به تعداد نقص‌های نمونه، بستگی ندارد. این دقیق چنان زیاد است که اکنون در سیستم یکاهای بین‌المللی، ثابت فون کلیتیسینگ  $R_K = h/c^2$  تعریف یکای مقاومت الکتریکی است و به زودی برای تعریف یکای جرم هم به کار خواهد رفت.

در سال ۱۹۸۲ تاؤلس که به دانشگاه واشنگتن رفته بود و سه نفر از همکاران پسادکتری او — ماهیتو کهوموتو، پیتر نایتینگل، و مارسل دن نیس — کوانتش رسانش هال را با ملاحظات توپولوژیک توضیح دادند. چارلز کین از دانشگاه پنسیلوانیا می‌گوید: «در اینجا کاربرد توپولوژی تجربی‌تر است چون حرف از پیکربندی توپولوژیک خاصی مثل گردشاره در فضای واقعی نیست، بلکه توپولوژی اثر کوانتمی هال، توپولوژی حالت‌های کوانتمی است.» آن مک دونالد از دانشگاه تگزاس در آستین اضافه می‌کند که تاؤلس و همکارانش دریافتند که عدد صحیح اثر کوانتمی هال «شاخص توپولوژیک ساختار نوارهای انرژی است» و جهش‌های کوانتمی در رسانش هال، در نهایت گذار بین حالت‌های توپولوژیک متفاوت است.

علوم شد که اثر کوانتمی هال در واقع مانند نوک کوه یخ تنها بخش کوچکی از آثار بسیار گسترده توپولوژیک در فضای تکانه است. برای مثال، نارساناهای توپولوژیک (موادی که که آنها نارساناست اما حالت‌های سطحی رسانا دارند) به یکی از موضوعات مهم فیزیک ماده چگال تبدیل شده است [۷]. کین حالت‌های سطحی توپولوژیک را این طور توضیح می‌دهد: خصوصیت معرف نارسانا و رسانا ساختار نوارهای انرژی الکترونی آنهاست. شکافی در ساختار نوار ماده نارسانا وجود دارد که حالت‌های اشغال شده رسانش را از حالت‌های ظرفیتی اشغال شده جدا می‌کند. چنین شکافی در ساختار نوار انرژی فلز وجود ندارد و به همین دلیل فلز جریان را هدایت می‌کند. اگر نارسانای توپولوژیک را به نارسانای معمولی وصل کنیم، می‌توان تلاش کرد که در مرز بین دو ماده، گذار بین ساختار نوار انرژی آنها هموار باشد، «اما اگر چنین کنیم، شکاف انرژی باید در بین مسیر صفر شود چون اگر صفر نشود دو ماده از نظر توپولوژیک یکسان هستند.» نتیجه‌اش این می‌شود که حالت مرزی حالتی رسانا و بدون شکاف انرژی است.

چنین حالت‌هایی، چون سرشت توپولوژیک دارند، مانند حالت‌های کوانتمی هال در برابر اختلال مقاوم‌اند. کین توضیح می‌دهد: «می‌توانید دستکاری اش کنید، قلقلکش دهید، بعضی چیزها را تغییر دهید، اما چیزهایی هست که از میان نمی‌رود.» بنابراین پیشنهاد شده است نارساناهای توپولوژیک را می‌توان در کامپیوتر کوانتمی به کار برد که نیاز به حالت‌های مقاوم در برابر اختلال دارد. فون کلیتیسینگ می‌گوید: «فکر می‌کنم کمینه نوبل می‌خواسته است نشان دهد که نقش توپولوژی در فیزیک روز به روز بیشتر می‌شود و تصمیم گرفته‌اند که جایزه نوبل امسال آخرین جایزه برای فیزیک توپولوژیک نخواهد بود.