

# اولین کنفرانس نظریه جبری گراف در پژوهشگاه

ریچارد برالدی

ایوان گوتمن، دانشگاه صربستان، صربستان،

Recent research on graph energy.

لسلو لواش، دانشگاه آتووش لوراند، مجارستان،

- Graph algebras,
- Development of combinatorics in Hungary.

بوجان موهر، دانشگاه سایمن فریزر، کانادا،

- Separations in symmetric graphs,
- How large must the set of subset sums be?

ویلم همرز، دانشگاه تیلبریگ، هلند،

Tripartite distance-regular graphs.

سخنرانان دیگر

امین اشرفی، دانشگاه کاشان،

Szeged index of direct some of graphs.

امین الساحلی، دانشگاه لبنان، لبنان،

Paths and claws in  $n$ -chromatic digraphs.

غلامرضا امیدی، دانشگاه صنعتی اصفهان،

T-shape trees are determined by their signless

Laplacian spectrum.

محسن جمالی، پژوهشگاه و دانشگاه صنعتی شریف،

A generalization of Jaeger's conjecture.

حمید رکوی، دانشگاه تربیت مدرس،

Relations on some topological indices of a graph.

امیر رهنمایی برقی، مرکز تحصیلات تکمیلی در علوم پایه زنجان،

On the splitting field of quasi-thin schemes.

فرزانه رمضانی، پژوهشگاه و دانشگاه صنعتی امیرکبیر،

Cospectral mates of starlike trees.

بهروز طایفه رضایی، پژوهشگاه،

On the characteristic polynomial of starlike trees.

اولین کنفرانس IPM (پژوهشگاه دانش‌های بنیادی) درباره نظریه جبری گراف در روزهای ۲۱-۲۶ آوریل ۲۰۰۷ (۱۳۸۶ اردیبهشت) برگزار شد. سازمان دهنده کنفرانس، سعید اکبری (پژوهشگاه و دانشگاه صنعتی شریف)، ریچارد برالدی (دانشگاه ویسکانسین، آمریکا)، و غلامرضا خسروشاهی (پژوهشگاه) بودند. این کنفرانس به نام صمد هدایت، آماردان بر جسته ایرانی در دانشگاه ایلنبوی، شبکاگو، به مناسبت هفتادمین سالگرد تولد او برگزار شد. از زمانی که پژوهشکده ریاضیات پژوهشگاه برنامه تحقیقاتی خود را در ترکیبیات آغاز کرد، هدایت از حامیان مهم این برنامه بوده است.

سخنرانان مدعو و عنوان سخنرانی آنها:

سعید اکبری، پژوهشگاه و دانشگاه صنعتی شریف،

Zero sum flows in graphs.

ریچارد برالدی، دانشگاه ویسکانسین، مدیسن، آمریکا،

- Matrix diagonals,
- Nullities of graphs.

پیتر راولینسن، دانشگاه استرلینگ، اسکاتلند،

- A survey of star complements,
- Star complements for non-main eigenvalues.

استیو کرک لند، دانشگاه ریجیانا، کانادا،

- A Survey of results on Laplacian integral graphs,
- Amended distance bounds using eigenvalues of the normalized Laplacian matrix.

النا کنستانتینو، مؤسسه ریاضیات سوبولف، روسیه،

Some problems on Cayley graphs.

جک کولن، دانشگاه علوم و فناوری پوهنگ، کره جنوبی،

On distance-regular graphs with smallest eigenvalue- $n$ .

کریس گادسیل، دانشگاه واترلو، کانادا،

- Quantum physics and algebraic graph theory,
- Type-II matrices and association schemes.

مرتضی محمدنوری، دانشگاه تهران،

مهدی علائیان، دانشگاه علم و صنعت ایران،

Inclusion matrices and chains.

Normal Cayley hypergraph.

سمیه مرادی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر،

سعید علیخان، دانشگاه پوترا، مالزی،

F-choosability of graphs.

حسن یوسفی آذر، دانشگاه تهران،

Roots of the independence polynomial of paths and cycles.

Vertex and edge PI indices of product graphs.

پژوهشکده ریاضیات پژوهشگاه نقش مهمی در پیشبرد ترکیبیات (نظریه گراف، نظریه طرح‌ها، و سایر مباحث ریاضیات گستره) در ایران داشته است. امروزه ترکیبیات یکی از محبوب‌ترین رشته‌های تحقیقاتی در میان ریاضیدانان جوان ایرانی است. معلومات، دستاوردها، کنجدکاری، اشتیاق، و سختکوشی این جوانان از سخنرانی‌هایشان و گفتگوهای زیادی که هنگام صرف ناهار و در زمان تنفس بین سخنرانی‌ها صورت می‌گرفت مشهود بود. یک روز بعد از ظهر به دعوت رئیس پژوهشگاه دانش‌های بنیادی در یک میزگرد جالب شرکت کردیم.

این کنفرانس با پشتیبانی مالی ریاست پژوهشگاه، شهرداری تهران، معاونت مالی-اداری پژوهشگاه، مرکز شبکه پژوهشگاه و مرکز تحقیقات مخابرات برگزار گردید. از همه پشتیبانان متشرکیم.

نرگس غرقانی، پژوهشگاه و دانشگاه تهران،

Spectral characterization of graphs with index at most  $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ .

ابراهیم قربانی، پژوهشگاه و دانشگاه صنعتی شریف،

List chromatic number and energy of graphs.

داریوش کیانی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر،

Quadratic forms associated to graphs.

فاطمه محمدی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر،

Some relations between choosability and 2-list colorable graphs.

## نکاتی از سخنرانی لاسلو لواش درباره تاریخچه ترکیبیات در مجارستان

- به عقیده من تأسیس یک نشریه دیبرستانی برای ریاضیات در ۱۸۹۴ تأثیر عظیمی در توسعه ریاضیات مجارستان، به ویژه در زمینه ترکیبیات، داشته است.
- از میان برندهای مسابقه این نشریه در ۱۹۲۷، بسیاری دارای سهم اساسی در نظریه گراف‌اند: تورل، هایوش، اردوش، سکرز، کلاین (بعداً خانم سکرز).
- بنیانگذار مکتب نظریه گراف، دنش کونیگ (Dénes Konig) بود که روش‌های نظریه گرافی را در مطالعه ماتریس‌ها به کار گرفت، و اثباتی مبتنی بر نظریه گراف از یک قضیه فروبنیوس به دست داد. او اولین کتاب را درباره نظریه گراف در ۱۹۳۶ نوشت.
- در میان شاگردان کونیگ، تیبور گالای (Tibor Gallai) و پل اردوش بیشتر متخصصان نظریه گراف در نسل بعد را آموزش دادند. هر دو نفر بسیار دلسوز و صادق بودند.

# در حاشیه کنفرانس: مهمترین قضیه، مهمترین حدس

است که ماتریس مجاورت آن حداکثر شعاع طیفی را (روی رده تورنمنت‌ها بر  $n$  رأس) داشته باشد. ماکسیمم کننده‌ای که حدس زده شده دارای ساختاری به ظاهر ساده است ولی خود حدس به مدت ۲۵ سال است که در برابر هر راه حلی مقاومت می‌کند.

## النا کنستانتینووا

- به نظر من بعضی از نتایج در رده‌بندی گراف‌های فاصله-منظم/فاصله-مستعدی در نظریهٔ جبری گراف بسیار مهم‌اند.
- هر گراف کیلی همبند روی یک گروه متناهی دارای یک دور همیلتونی است.

## چک کولن

- قضیهٔ کامرون، گوتال، زیدل، شولت که حاکی است هر گراف منظم که کوچکترین مقدار ویژه آن  $-2$  باشد یا یک گراف کوکتل پارتی، یک گراف خطی است یا حداکثر  $28$  رأس دارد.
- به ازای  $k \geq 3$  مفروض، تعدادی متناهی گراف فاصله-منظم با درجه  $k$  وجود دارد (این گزاره به حدس بنایی-ایتو معروف است).

## لاسلو لواش

- مشخص‌سازی طیفی گراف‌های هامنی به وسیلهٔ کالن دوردیه (Colin de Verdières)

◦ فرض کنید  $A = (a_{ij})_{i,j=1}^n$  که در آن

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & i \neq j \text{ یا } i|j \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

در این صورت،  $\det(A) = O(\sqrt{n})$

## بوجان موهر

- گمان نمی‌کشم در این مبحث یک قضیهٔ خاص را بتوان مهمترین قضیه نامید، ولی نتایج مهم مستعدی وجود دارد. قضیهٔ مورد علاقهٔ من، «قضیهٔ ساندویچ لواش» شامل عدد خوش‌ای، عدد فامی، و  $\theta$ -تابع لواش است.

- حدس مورد علاقهٔ من این ادعاست که همهٔ گراف‌های رأس-مستعدی، با تعداد متناهی استثنای، همیلتونی هستند. ولی گمان نمی‌کنم که این حدس چندان مهم باشد.

## پیتر راولینسن

- قضیهٔ به هم پیچیدن (interlacing) برای مقدارهای ویژه.
- هیچ گراف موری از درجه  $57$  وجود ندارد.

## از میهمانان بر جسته پرسیدیم

- به نظر شما مهمترین قضیه در نظریهٔ جبری گراف چیست؟
  - به نظر شما مهمترین حدس در نظریهٔ جبری گراف چیست؟
- و آنها پاسخ دادند.....

## ریچارد برالدی

- یکی از قضیه‌های مورد علاقهٔ من قضیهٔ زیر (قضیهٔ گرام-پولاک) است که اثبات ترکیبیاتی محض ندارد و همهٔ اثبات‌های آن مبتنی بر ایده‌هایی از جبر خطی‌اند. تجزیهٔ گراف کامل  $K_n$  به گراف‌های دو بخشی کامل، که دست کم  $1 - n$  گراف برای این کار لازم است.

- به ازای هر میدان  $F$ ، یک عدد صحیح فرد  $k$  و  $\epsilon > 0$  وجود دارد به‌طوری‌که هر ماتریس  $A$  از مرتبه  $n$  با درایه‌های ناصف‌روی قطر اصلی با این خصوصیت که رتبهٔ  $A$  کوچکتر یا مساوی  $\epsilon n$  باشد شامل یک دور متناوب فرد (در گراف جهendar واپسته) است.

## کریس گادسیل

- قضیهٔ هافمن-سین-گلتن: یک گراف مور به قطر  $2$  و درجه  $k$  وجود دارد فقط اگر  $k = 2, 3, 57$ .  
(گراف مور گرافی است که قطر آن  $d$  و اندازهٔ کمر آن  $1 + 2d$  است).

- بنایی و ایتو: به ازای هر عدد صحیح  $3 \leq n$ ، فقط تعداد متناهی گراف متناهی فاصله-منظم از درجه  $k$  وجود دارد.

## ویلم همرز

- قضیهٔ پرون-فروبنیوس دربارهٔ ماتریس‌های ناممغایر. رده‌بندی همهٔ گراف‌هایی که کوچکترین مقدار ویژه آنها حداقل  $-2$  باشد (به وسیلهٔ کامرون، گوتال، زیدل، و شولت).

- ماتریس‌های آدامار به ازای همهٔ مراتب‌های تقسیم‌پذیر بر  $4$  وجود دارند (انگاره آدامار).

## استیو کرکلند

- من آدم اصلی نییستم. بنا بر این به قضیهٔ ماتریس - درخت علاقه‌مندم. در اثبات آن، ایده‌های زیبایی از جبر خطی برای بحث دربارهٔ مسائلهای در نظریهٔ گراف به کار می‌رود. این قضیهٔ همچنین مدخل زیبایی به نظریهٔ جبری گراف است، و بنا بر این، پژوهشگران جدیدی را به این رشته می‌کشانند.

- من هنوز در انتظار این هستم که مهمترین حدس مطرح شود! اما یکی از حدس‌هایی که مورد علاقهٔ من است، حدس برالدی-لی دربارهٔ ساختار تورنمنتی روی  $n = 2m$  رأس